OS – TP 8

Régime transitoire d'un circuit linéaire du second ordre

Objectifs

- Déterminer une incertitude de mesure à partir de la fidélité et de la résolution d'un appareil numérique.
- Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.
- Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.

Préparation

L'étude théorique (partie I) est à rédiger par chaque élève du groupe et à présenter en début de séance.

Compte rendu

Chaque élève du groupe rédige un compte-rendu de la partie II pour la séance de TP suivante.

I - Étude théorique du régime transitoire du circuit RLC soumis à un créneau de tension.

I.1 - Étude générale

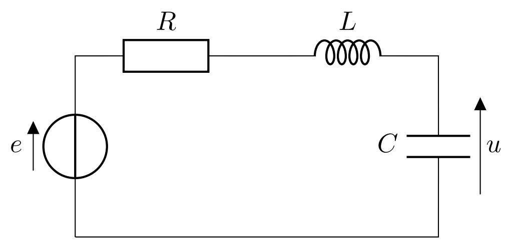

FIGURE 1.1 – Circuit RLC série.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u, tension aux bornes du condensateur. L'exprimer sous forme canonique en faisant apparaitre la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité que vous exprimerez en fonction de R, L et C.
2. Soit R la résistance totale du circuit. Déterminer la valeur qui correspond au régime critique. On notera cette valeur $R_{critique}$. Pour quelles valeurs de R le régime est-il apériodique ? Pseudo-périodique ? Notons que R comprend en réalité la résistance du générateur $R_g = 50\ \Omega$ la résistance de la bobine R_L et la résistance variable R_V que nous plaçons en série.
3. Déterminer selon les valeurs de Q, les différents régimes de fonctionnement. On donnera une expression mathématique simple de la solution générale et un graphe schématique pour chaque régime. On veillera tout particulièrement à lire la suite du TP pour mettre facilement en relation les expressions données avec celles des questions posées ensuite dans la partie expérimentale.

Le circuit est alimenté par un GBF de fem $e(t)$ qui est une tension en créneaux symétriques par rapport à zéro et d'amplitude E.
Nous appellerons T_C la période de ce signal créneau. Ainsi tous les $\Delta t = \frac{T_c}{2}$, le circuit est soumis à une nouvelle contrainte extérieure et un nouveau régime transitoire commence.

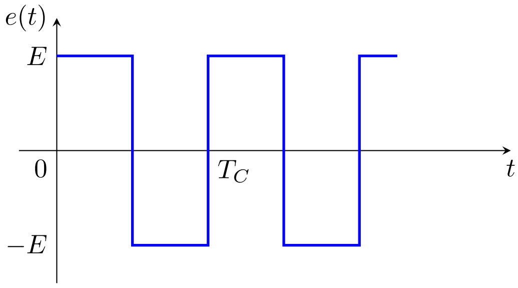

FIGURE 1.2 – Signal créneaux.

I.2 - Régime transitoire pseudo-périodique

Dans ce cas :

$$u_h(t) = A\,e^{-\frac{t}{\tau}}\,\cos(\omega t + \varphi)$$

et donc, pour une demi-période pour laquelle la fem du GBF est positive :

$$\forall t \in \left[0; \frac{T_c}{2}\right]\ (\equiv 2\pi),\ u(t) = u_p + u_h(t) = E + A\,e^{-\frac{t}{\tau}}\cos(\omega\,t + \varphi)$$

avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et T la pseudo-période.
Remarque : les constantes A et φ pourraient être déterminés grâce aux conditions initiales au début de chaque demi-période.

1. Préciser l'expression de la pseudo-pulsation ω et des deux temps caractéristiques du régime pseudo périodique :
   T pseudo période (en fonction de ω_0 et Q) et τ temps de relaxation en amplitude (en fonction de L et R)
2. Comment doit-on choisir T_C par rapport à T et τ afin de pouvoir visualiser le régime pseudo périodique ? On expliquera précisément pourquoi on fait ces choix.
3. On définit le décrément logarithmique δ par

$$\delta = \ln\left(\frac{U_C(t) - E}{U_C(t+T) - E}\right).$$

   Exprimer δ en fonction de T et τ, puis en fonction de Q.

I.3 - Régime apériodique

Dans ce cas, la solution homogène a la forme suivante :

$$u_h(t) = Ae^{(r_1\,t)} + Be^{(r_2\,t)} \quad \text{qui peut se réécrire} \quad u_h(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

On appellera τ_1 la constante de temps de plus grande valeur.
On raisonne uniquement sur une demi-période du créneau pour laquelle $e(t) = +E$. En appelant $t = 0$ l'instant du début de cette demi-période du créneau on a : $u(t) = E + Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$

1. À partir de la résolution de l'équation différentielle, donner les expressions des deux temps caractéristiques τ_1 et τ_2 en fonction de ω_0 et Q.
   En considérant que chaque demi-période du créneau est suffisamment longue pour que le circuit atteigne son régime permanent on a :

$$\begin{cases} u(t=0) = -E \\ i(t=0) = 0 \end{cases}$$

2. Déduire de ces conditions initiales l'expression complète de $u(t)$ en fonction de E, τ_1 et τ_2.
3. En supposant que $\tau_1 \gg \tau_2$ donner une expression simplifiée de $u(t)$.
4. En déduire une valeur approchée théorique de la pente à l'origine de u pour cette demi-période du créneau : $\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right)_{(t=0^+)}$

II - Étude expérimentale des régimes transitoires du RLC série

II.1 - Étude générale

Le circuit est alimenté par une tension créneau symétrique par rapport à zéro de fréquence 100 Hz et d'amplitude $E = 2\,\mathrm{V}$ (la tension varie donc de -2 à +2 V). On prend $L = 0{,}1\,\mathrm{H}$; $C = 0{,}1\,\mu\mathrm{F}$. R_V est réalisée par une boîte à décades de résistance.

On utilisera LatisPro pour exploiter les résutats expérimentaux et tracer les courbes utiles :
- Vérifier que le mode d'acquisition est toujours en « mode permanent ».
- On mesure e sur la voie $EA0$ et u sur la voie $EA1$ (les voies seront renommées pour faire apparaitre e et u).
- Paramétrer LatisPro de façon à obtenir sur la même courbe le signal créneau et la tension $u(t)$. Pour chaque courbe on prendra soin de choisir des échelles opportunes.

1. Mesurer à l'ohmmètre la valeur de R_L. Donner cette valeur dans le compte rendu.
   Notons que la résistance totale du circuit R comprend la résistance du générateur $R_g = 50\ \Omega$ la résistance de la bobine R_L et la résistance variable que nous plaçons en série R_V. On a donc $R = R_g + R_L + R_V$. $R_{min} = R_L + R_g$ obtenue pour une résistance variable nulle correspond au plus grand facteur de qualité que nous puissions avoir.
2. Réaliser le montage et faire varier R_V pour visualiser sur LatisPro les différents types de fonctionnement. Déterminer, en visualisant le signal, une valeur approximative de R_V pour laquelle le régime est critique. Comparer cette valeur expérimentale à la valeur théorique. Conclure.

II.2 - Régime pseudo périodique

Pour $R_V = 100\ \Omega$ le régime est pseudo périodique. (On a toujours $R = R_g + R_L + R_V$)

1. Calculer Q, τ et la pseudo pulsation ω dans les conditions de l'expérience.
2. Faire une acquisition avec LatisPro et visualiser une période complète de $e(t)$ et u. Ne pas fermer la fenêtre, d'autres valeurs expérimentales doivent être relevées grâce aux outils de LatisPro.
3. Mesurer à l'aide de LatisPro la valeur expérimentale de la pseudo période T et la comparer à sa valeur théorique. Faire apparaître sur la courbe les valeurs relevées utiles.
4. À l'aide de LatisPro mesurer et donner des valeurs successives de $u(t)$ séparées par une pseudo-période. Déterminer plusieurs valeurs du décrément logarithmique δ. En faire la moyenne. En déduire τ. Attention à relever également la valeur expérimentale de E. Toutes les valeurs relevées utiles aux calculs doivent apparaître sur la courbe imprimée.
5. Imprimer la courbe avec toutes les valeurs utiles aux calculs précédents : **Courbe 1**.

II.3 - Régime apériodique

Pour $R_V = 8\ k\Omega$, le régime est apériodique. (On a toujours $R = R_g + R_L + R_V$)
La solution homogène a la forme suivante : $U_{C,SSM}(t) = Ae^{(r_1\,t)} + Be^{(r_2\,t)}$ qui peut se réécrire : $U_{C,SSM}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$
On appellera τ_1 la constante de temps de plus grande valeur.
On raisonne uniquement sur une demi-période du créneau pour laquelle $e(t) = +E$. En appelant $t = 0$ l'instant du début de cette demi-période du créneau on a : $U_c(t) = E + Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$

1. Calculer Q, τ_1 et τ_2 dans les conditions de l'expérience. L'approximation utilisée dans la partie théorique apparait-elle applicable dans ces conditions expérimentales ?
2. Grâce à une acquisition de courbe, et à l'utilisation de l'outil tangente, déterminer la pente expérimentale de la tangente à l'origine.
3. En déduire une valeur expérimentale approchée de l'une des deux constantes de temps (préciser laquelle). Comparer les valeurs expérimentales et théoriques. Imprimer la courbe après avoir fait apparaître les éléments nécessaires au calcul : **Courbe 2**