Correction OS – TP 7

Régime transitoire d'un circuit linéaire du premier ordre
Correction de la préparation

II - Acquisition et étude directe du chronogramme

1. On sait que le condensateur sera déchargé à 99 % pour $t_0 = 5\tau$. Comme, pour un circuit RC série, $\tau = rC$, on en déduit $\boxed{r = \dfrac{t_0}{5C}}$. A.N. : $r = \frac{3\times 60}{5\times 2{,}2\cdot 10^{-3}} = 16{,}4\,\mathrm{k\Omega}$

III - Modélisation linéaire de la décharge du condensateur

On cherche à établir l'expression d'une fonction de E et V_c dont le tracé en fonction du temps soit en théorie une droite, puis à comparer le modèle théorique aux données expérimentales.

1. L'interrupteur étant en position 1, le circuit se réduit à la résistance r et au condensateur C. En combinant la loi des mailles et la loi d'Ohm aux bornes de la résistance, on obtient $v_c - ri = 0$. Comme i est également le courant à travers le condensateur, on a également $i = C\frac{\mathrm{d}v_c}{\mathrm{d}t}$, ce qui mène à

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v_c}{\mathrm{d}t} + \frac{v_c}{\tau} = 0 \quad \text{avec} \quad \tau = rC}$$

On écrit directement la solution de cette équation différentielle linéaire du premier ordre **sans second membre** :

$$v_c(t) = \lambda\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

. Le condensateur étant initialement chargé, on a $v_c(0^-) = E$ et donc, par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur, $v_c(0^+) = E$. On en déduit $\lambda = E$, ce qui mène à

$$v_c(t) = E\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Pour obtenir une fonction linéaire du temps, on applique le logarithme sur l'expression précédente, soit

$$\ln(v_c) = \ln\left(E\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \ln E - \frac{t}{\tau}$$

ou encore

$$\ln(E) - \ln(v_c) = \frac{t}{\tau}$$

. On pose donc $\boxed{y = \ln(E) - \ln(v_c) = \ln\left(\dfrac{E}{v_c}\right)}$, le graphe de $y(t)$ est une droite passant par l'origine de pente $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{rC}$.