Correction OS – TP 5

Instruments de mesure en électricité

I - Manipulation du multimètre

I.1 - Fonctionnement en ohmmètre

- ☐ On mesure directement avec le multimètre la résistance du résistor de valeur nominale $4{,}7\,\mathrm{k\Omega}$, en utilisant le calibre le plus adapté soit $20\,\mathrm{k\Omega}$. On lit $R = 4{,}61\,\mathrm{k\Omega}$ [1].
- ☐ On lit sur la notice du multimètre que, pour la gamme $20\,\mathrm{k\Omega}$, la précision de mesure est $p = 0,8\% + 1\mathrm{dgt}$ soit : $e = 4610 \times 0,8\% + 10 = 47\,\Omega$.
- ☐ On adopte un modèle rectangulaire, l'incertitude sur R est donc $u(R) = \frac{p}{\sqrt{3}} = 27\,\Omega$ [2].
- ☐ Le résultat du mesurage de R est donc : $\boxed{R = (4610; 27)\,\Omega}$
- ☐ La valeur nominale de référence du résistor mesuré est $R_{\text{ref}} = 4{,}7\,\mathrm{k\Omega}$, avec une tolérance de $\pm 5\%$. On a donc une précision $p = 4700 \times 0,05 = 235\,\Omega$ et, toujours avec un modèle rectangulaire, une incertitude $u(R_{\text{ref}}) = \frac{p}{\sqrt{3}} = 136\,\Omega$
- ☐ On peut calculer le Z-score entre la valeur mesurée et la valeur nominale :

$$Z = \frac{|R - R_{\text{ref}}|}{\sqrt{u(R)^2 + u(R_{ref})^2}} = \frac{90}{139} = 0,65$$

  Le Z-score est inférieur à 2, la mesure est compatible avec la valeur nominale.

25 000 mm

I.2 - Fonctionnement en voltmètre

- ☐ On mesure directement la tension au bornes du GBF avec le multimètre : $E = 3{,}98\,\mathrm{V}$. La documentation du multimètre indique que, pour le calibre utilisé, la précision de mesure est de $0,5\% + 1\mathrm{dgt}$ soit $p = 29{,}9\,\mathrm{m\,V}$. L'incertitude sur la mesure est donc $u(E) = \frac{e}{\sqrt{3}} = 17\,\mathrm{m\,V}$.

  Le résultat du mesurage de E est donc : $\boxed{E = (3,980; 0,017)\,\mathrm{V}}$
- ☐ On mesure la tension U aux bornes de R_2 en suivant le même protocole.
  Le résultat du mesurage est : $U = (2,420; 0,013)\,\mathrm{V}$
- ☐ La relation du pont diviseur de tension donne $U_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}E = \frac{4{,}7}{4{,}7+3{,}3}3,98 = 2{,}34\,\mathrm{V}$
- ☐ pour déterminer l'incertitude sur cette valeur calculée, on utilise la tolérance de $\pm 5\%$ sur les résistances et les formules de propagation des incertitudes :
  - $p(R_1) = 165\,\Omega$ et $p(R_2) = 235\,\Omega$. Soit $u(R_1) = 95\,\Omega$ et $u(R_2) = 136\,\Omega$
  - $u(R_1 + R_2) = \sqrt{u(R_1)^2 + u(R_2)^2} = 166\,\Omega$
  -

$$\begin{aligned} u(U_2) = u\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}E\right) &= U_2\sqrt{\left(\frac{u(R_2)}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{u(R_1+R_2)}{R_1+R_2}\right)^2 + \left(\frac{u(E)}{E}\right)^2} \\ &= 2,34\sqrt{\left(\frac{136}{4{,}7\cdot 10^3}\right)^2 + \left(\frac{166}{8\cdot 10^3}\right)^2 + \left(\frac{17\cdot 10^{-3}}{3,98}\right)^2} = 84\,\mathrm{mV} \end{aligned}$$

- ☐ On peut alors calculer le Z-score : $Z = \frac{|(2{,}42-2{,}34)\times 10^3|}{\sqrt{17^2+84^2}} = 0,93$.
  Le Z-score est inférieur à 2, les valeurs mesurée et calculée sont compatibles entre elles.

1. Ceci est bien sûr une valeur arbitraire, la valeur effectivement obtenue lors du TP peut être légèrement différente
2. On garde toujours 2 chiffres significatifs sur l'incertitude

I.3 - Fonctionnement en ampèremètre

- ☐ On mesure le courant dans le circuit avec le multimètre : $I_m = 491\,\mathrm{m\,A}$ avec une précision $p = 4{,}93\,\mathrm{m\,A}$ $(0,8\% + 1\mathrm{dgt})$ soit $u(I_m) = \frac{4.93}{\sqrt(3)} = 2{,}845\,\mathrm{m\,A}$.
- ☐ Le résultat du mesurage de I est : $\boxed{I_m = (491,0\,;2,8)\,\mathrm{m\,A}}$
- ☐ La valeur calculée est : $I_c = \frac{E}{R_1+R_2} = \frac{4}{8\cdot 10^3} = 500\,\mathrm{m\,A}$
  L'incertitude associée est donnée par $u(I_c) = I_C\sqrt{\left(\frac{u(E)}{E}\right)^2 + \left(\frac{u(R_1+R_2)}{R_1+R_2}\right)^2} = 10{,}6\,\mathrm{m\,A}$
- ☐ Le Z-score est : $Z = \frac{|(491-500)|}{\sqrt{2{,}8^2+10{,}6^2}} = 0,82$.
  Le Z-score est inférieur à 2, les valeurs mesurée et calculée sont compatibles entre elles.
- ☐ Un ampèremètre étant monté en série, il faut que sa résistance soit la plus petite possible pour ne pas perturber le circuit (typiquement quelques ohms).

II - Résistance d'entrée du voltmètre

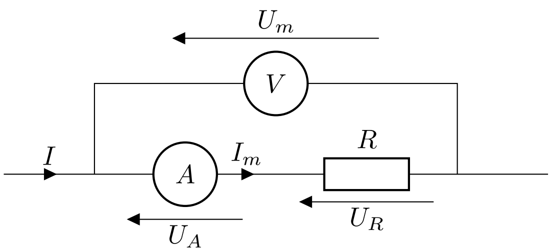
- ☐ Si on note R_v la résistance d'entrée du voltmètre, on a $U = \frac{R_v}{R+R_v}E$.
- ☐ on ferme l'interrupteur K, on a $R = 0$ dans l'équation précédente soit $U = E$.
- ☐ la mesure effectuée interrputeur fermé donne donc E. On mesure $E = 3{,}98\,\mathrm{V}$.
- ☐ pour avoir $U = \frac{E}{2}$, il faut $\frac{R_v}{R+R_v} = \frac{1}{2}$ soit $\boxed{R = R_v}$.
- ☐ on règle la boîte à décade jusqu'à mesurer au voltmètre $U = \frac{E}{2} = 1{,}99\,\mathrm{V}$. On note les valeurs minimales et maximales de R qui permettent d'obtenir cette valeur de U. On obtient alors : $R_{min} = 9{,}42\,\mathrm{M\Omega}$ $R_{max} = 10{,}84\,\mathrm{M\Omega}$.
- ☐ La valeur mesurée pour R_v est alors : $R_v = \frac{R_{min}+R_{max}}{2} = 10{,}13\,\mathrm{M\Omega}$.
  L'étendue de mesure est $e = R_{max} - R_{min} = 1{,}42\,\mathrm{M\Omega}$.
  En adoptant un modèle triangulaire, l'incertitude associée est :$u(R_v) = \frac{e}{2\sqrt{6}} = 0{,}29\,\mathrm{M\Omega}$.
  Le résultat du mesurage est : $\boxed{R_v = (10,13; 0,29)\,\mathrm{M\Omega}}$.
- ☐ Lorsque l'on utilise un voltmètre aux bornes d'un dipôle de résistance R, la mesure ne perturbe pas le circuit tant que $R_v \gg R$.

III - Montages longue et courte dérivation

Le 1er multimètre, fonctionnant en voltmètre (montage en parallèle ou dérivation), donne U_m. Le 2^{nd}, fonctionnant en ampèremètre (montage en série), donne I_m. On peut alors estimer la résistance du dipôle par $R_m = \frac{U_m}{I_m}$.

III.1 - Montage amont

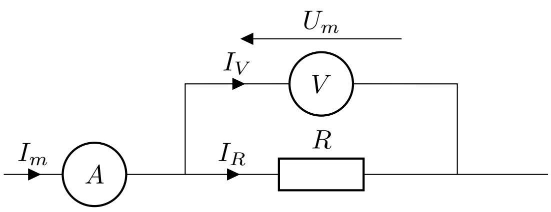
Le montage amont (ou longue dérivation du voltmètre) est donné ci-dessous :



On a alors $R_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_R+U_A}{I_m}$. Soit $R_m = R + R_A$ ou $R = R_m - R_A$.
$R_m > R$: on sur-estime la résistance, l'erreur est donnée par $\Delta R = R_m - R = R_A$.
L'erreur relative est $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_A}{R} = \frac{R_A}{R_m - R_A}$.

III.2 - Montage aval

Le montage aval (ou courte dérivation du voltmètre) est donné ci-dessous :



On a alors $R_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{RI_R}{I_m} = \frac{R}{I_m}\frac{R_V}{R+R_V}I_m$ (pont diviseur de courant).

Soit $R_m = \frac{RR_V}{R+R_V}$ ou $R = \frac{R_m R_V}{R_V - R_m}$.
$R_m < R$: on sous-estime la résistance, l'erreur est donnée par $\Delta R = R - R_m = \frac{R^2}{R+R_V} = \frac{R_m^2}{R_V+R_m}$.
L'erreur relative est $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_m}{R_V}$.

III.3 - Comparaison montage aval - montage amont

Le montage amont est à privilégier tant que $\Delta R_{amont} < \Delta R_{aval}$. Soit $R_A < \frac{R^2}{R+R_V}$. On obtient l'inégalité suivante : $R^2 - R_A R - R_A R_V > 0$.
On peut simplifier cette équation avant de la résoudre : comme $R_V \gg R_A$, on aura, quelle que soit la valeur de R,

— soit $R \gg R_A$ et alors $R^2 - R_A R \approx R^2$,

— soit $R \ll R_V$ et alors $R_A R + R_A R_V \approx R_A R_V$.

Dans les 2 cas, on obtient l'inégalité suivante : $\boxed{R^2 > R_R R_v}$.

En conclusion :

◇ si $R > \sqrt{R_A R_V}$, le montage amont est à privilégier ;

◇ si $R < \sqrt{R_A R_V}$, le montage aval est à privilégier ;