Correction TP 4 – Instruments de mesure en électricité

I Manipulation du multimètre

I.1 Fonctionnement en ohmmètre

- ☐ On mesure directement avec le multimètre la résistance du résistor de valeur nominale $10\,\mathrm{k\Omega}$. On lit $R = 9{,}94\,\mathrm{k\Omega}$ [1].
- ☐ On lit sur la notice du multimètre que, pour la gamme $20\,\mathrm{k\Omega}$, l'étendue de mesure est $e = 0,8\% + 1\mathrm{dgt}$ soit : $e = 9940 \times 0.8\% + 10 = 90\,\Omega$.
- ☐ On adopte un modèle rectangulaire, l'incertitude sur R est donc $u(R) = \frac{e}{2\sqrt{3}} = 26\,\Omega$ [2].
- ☐ Le résultat du mesurage de R est donc : $\boxed{R = (9940; 26)\,\Omega}$
- ☐ La valeur nominale de référence du résistor mesuré est $R_{ref} = 20\,\mathrm{k\Omega}$, avec une tolérance de $\pm 5\%$. On a donc une précision $p = 500\,\Omega$ et, toujours avec un modèle rectangulaire, une incertitude $u(R_{ref}) = \frac{p}{\sqrt{3}} = 290\,\Omega$
- ☐ On peut calculer le Z-score entre la valeur mesurée et la valeur nominale :

$$Z = \frac{|R - R_{ref}|}{\sqrt{u(R)^2 + u(R_{ref})^2}} = \frac{60}{291} = 0,21$$

Le Z-score est inférieur à 2, la mesure est compatible avec la valeur nominale.

I.2 Fonctionnement en voltmètre

- ☐ On mesure directement la tension au bornes du GBF avec le multimètre : $E = 3{,}98\,\mathrm{V}$. La documentation du multimètre indique que, pour le calibre utilisé, l'étendue de mesure est de $0,5\% + 1\mathrm{dgt}$ soit $e = 29{,}9\,\mathrm{m\,V}$. L'incertitude sur la mesure est donc $u(E) = \frac{e}{2\sqrt{3}} = 8{,}6\,\mathrm{m\,V}$.

  Le résultat du mesurage de E est donc : $\boxed{E = (3,9800; 0,0086)\,\mathrm{V}}$
- ☐ On mesure la tension U aux bornes de R_2 en suivant le même protocole.
  Le résultat du mesurage est : $U = (2,6900; 0,0065)\,\mathrm{V}$
- ☐ La relation du pont diviseur de tension donne $U_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}E = \frac{10}{4{,}7+10}4 = 2{,}72\,\mathrm{V}$
- ☐ pour déterminer l'incertitude sur cette valeur calculée, on utilise la tolérance de $\pm 5\%$ sur les résistances et les formules de propagation des incertitudes :
  - — $p(R_1) = 235\,\Omega$ et $p(R_2) = 500\,\Omega$. Soit $u(R_1) = 136\,\Omega$ et $u(R_2) = 289\,\Omega$
  - — $u(R_1 + R_2) = \sqrt{u(R_1)^2 + u(R_2)^2} = 319\,\Omega$
  - —

$$u(U_2) = u\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}E\right) = E\sqrt{\left(\frac{u(R_2)}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{u(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2}\right)^2 + \left(\frac{u(E)}{E}\right)^2}$$

$$= 2,72\sqrt{\left(\frac{289}{10 \times 10^3}\right)^2 + \left(\frac{319}{14{,}7 \times 10^3}\right)^2 + \left(\frac{8{,}6 \times 10^{-3}}{3,98}\right)^2} = 98\,\mathrm{m\,V}$$

- ☐ On peut alors calculer le Z-score : $Z = \frac{|(2{,}69-2{,}72)\times 10^3|}{\sqrt{6{,}5^2+98^2}} = 0,31$.
  Le Z-score est inférieur à 2, les valeurs mesurée et calculée sont compatibles entre elles.

I.3 Fonctionnement en ampèremètre

- ☐ On mesure le courant dans le circuit avec le multimètre : $I_m = 267\,\mathrm{m\,A}$ avec une étendue $e = 3{,}33\,\mathrm{m\,A}$ $(0,5\% + 3\mathrm{dgt})$ soit $u(I_m) = \frac{4.33}{2\sqrt{(3)}} = 1{,}25\,\mathrm{m\,A}$.
- ☐ Le résultat du mesurage de I est : $\boxed{I_m = (267,0; 1,2)\,\mathrm{m\,A}}$

1. ceci est bien sûr une valeur arbitraire, la valeur effectivement obtenue lors du TP peut être légèrement différente
2. on garde toujours 2 chiffres significatifs sur l'incertitude

- ☐ La valeur calculée est : $I_c = \frac{E}{R_1+R_2} = \frac{4}{14{,}7\times10^3} = 272\,\mathrm{m\,A}$

  L'incertitude associée est donnée par $u(I_c) = I_C\sqrt{\left(\frac{u(E)}{E}\right)^2 + \left(\frac{u(R_1+R_2)}{R_1+R_2}\right)^2} = 5{,}9\,\mathrm{m\,A}$
- ☐ Le Z-score est : $Z = \frac{|(267-272)|}{\sqrt{1{,}2^2+5{,}9^2}} = 0,83$.
  <u>Le Z-score est inférieur à 2, les valeurs mesurée et calculée sont compatibles entre elles.</u>
- ☐ Un ampèremètre étant monté en série, il faut que sa résistance soit la plus petite possible pour ne pas perturber le circuit (typiquement quelques ohms).

II Résistance d'entrée du voltmètre

- ☐ Si on note R_v la résistance d'entrée du voltmètre, on a $U = \frac{R_v}{R+R_v}E$.
- ☐ on ferme l'interrupteur K, on a $R = 0$ dans l'équation précédente soit $U = E$.
- ☐ la mesure effectuée interrputeur fermé donne donc E. On mesure $E = 3{,}98\,\mathrm{V}$.
- ☐ pour avoir $U = \frac{E}{2}$, il faut $\frac{R_v}{R+R_v} = \frac{1}{2}$ soit $\boxed{R = R_v}$.
- ☐ on règle la boîte à décade jusqu'à mesurer au voltmètre $U = \frac{E}{2} = 1{,}99\,\mathrm{V}$. On note les valeurs minimales et maximales de R qui permettent d'obtenir cette valeur de U. On obtient alors : $R_{min} = 9{,}42\,\mathrm{M\Omega}$ $R_{max} = 10{,}84\,\mathrm{M\Omega}$.
- ☐ La valeur mesurée pour R_v est alors : $R_v = \frac{R_{min}+R_{max}}{2} = 10{,}13\,\mathrm{M\Omega}$.
  L'étendue de mesure est $e = R_{max} - R_{min} = 1{,}42\,\mathrm{M\Omega}$.
  L'incertitude associée est :$u(R_v) = \frac{e}{2\sqrt{3}} = 1{,}42\,\mathrm{M\Omega}$.

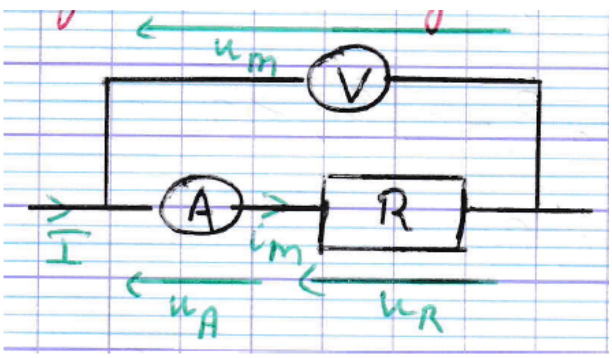
  Le résultat du mesurage est : $\boxed{R_v = (10,1;1,4)\,\mathrm{M\Omega}}$.
- ☐ Lorsque l'on utilise un voltmètre aux bornes d'un dipôle de résistance R, la mesure ne perturbe pas le circuit tant que $R_v \gg R$.

III Montages longue et courte dérivation

Le 1er multimètre, fonctionnant en voltmètre (montage en parallèle ou dérivation), donne U_m. Le 2^{nd}, fonctionnant en ampèremètre (montage en série), donne I_m. On peut alors estimer la résistance du dipôle par $R_m = \frac{U_m}{I_m}$.

III.1 Montage amont

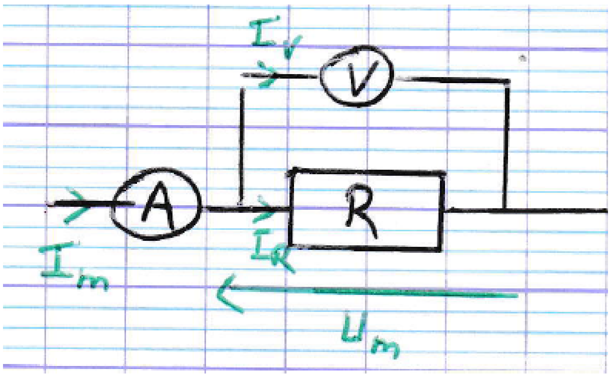
Le montage amont (ou longue dérivation du voltmètre) est donné ci-dessous :



On a alors $R_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_R+U_a}{I_m}$. Soit $R_m = R + r_a$ ou $R = R_m - r_a$.
$R_m > R$: on sur-estime la résistance, l'erreur est donnée par $\Delta R = R_m - R = r_a$.
L'erreur relative est $\frac{\Delta R}{R} = \frac{r_a}{/}R = \frac{r_a}{/}R_m - r_a$.

III.2 Montage aval

Le montage aval (ou courte dérivation du voltmètre) est donné ci-dessous :



On a alors $R_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{RI_R}{I_m} = \frac{R}{I_m}\frac{R_v}{R+R_v}I_m$ (pont diviseur de courant).

Soit $R_m = \frac{RR_v}{R+R_v}$ ou $R = \frac{R_m R_v}{R_v - R_m}$.
$R_m < R$: on sous-estime la résistance, l'erreur est donnée par $\Delta R = R\_R_m = \frac{R^2}{R+R_v} = \frac{R_m^2}{R_v+R_m}$.
L'erreur relative est $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_m}{R_v}$.

III.3 Comparaison montage aval - montage amont

Le montage amont est à privilégier tant que $\Delta R_{amont} < \Delta R_{aval}$. Soit $r_a < \frac{R^2}{R+R_v}$. On obtient l'inégalité suivante : $R^2 - r_a R - r_a R_v > 0$.
On peut simplifier cette équation avant de la résoudre : comme $R_v \gg r_a$, on aura, quelque soit la valeur de R, soit $R \gg r_a$ et alors $R^2 - r_a R \approx R^2$, soit $R \ll R_v$ et alors $r_a R + r_a R_v \approx r_a R_v$. Dans les 2 cas, on obtient l'inégalité suivante : $\boxed{R^2 > r_a R_v}$.

En conclusion :

- si $R > \sqrt{R_a R_v}$, le montage amont est à privilégier ;
- si $R < \sqrt{R_a R_v}$, le montage aval est à privilégier ;