OS – TP 10

Filtrage linéaire
Tracé d'un diagramme de Bode

Introduction

Lorsque l'on veut caractériser un filtre en électricité, il est fondamental de connaître la réponse de ce quadripôle (grandeur de sortie) à un signal d'excitation (grandeur d'entrée).
Les diagrammes de Bode ont pour but de rassembler un grand nombre de renseignements concernant le filtre. L'exploitation correcte d'un diagramme permet d'obtenir : les fréquences propres, de coupure, de résonance, les pentes des asymptotes, le facteur de qualité, la bande passante…

Objectifs

— Mettre en œuvre un filtre linéaire.
— Tracer un diagramme de Bode en amplitude et en phase.

Préparation

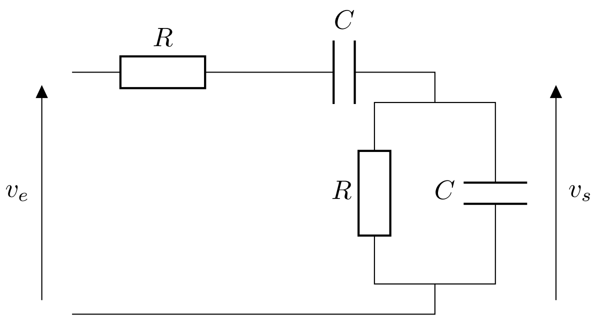
L'étude théorique (partie I) est à rédiger par chaque élève du groupe et à présenter en début de séance.

Compte rendu

Chaque groupe rédige un compte-rendu de la partie II pour la séance de TP suivante.

I - Étude théorique d'un filtre

On étudie le circuit ci-dessous, en se plaçant en régime sinusoïdal forcé et en travaillant avec les notations et impédances complexes :



1. Donner les schémas équivalents du circuit pour $\omega \to 0$ et pour $\omega \to \infty$. En déduire le type du filtre.
2. Donner l'expression de $\underline{v_s}$ en fonction de R, C, ω et $\underline{v_e}$.
3. Déduire de ce qui précède l'expression de la fonction de transfert de $\underline{H}$ du filtre que l'on mettra sous la forme :
$$\underline{H} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{A}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega}\right)}$$
On déterminera clairement les expressions de A, ω_1 et ω_2 (attention, pour éviter toute confusion dans la partie expérimentale, noter que ω_1 et ω_2 ne sont pas les pulsations de coupure à -3 dB du filtre déterminées à la question II 7).

4. Application numérique : calculer A, ω_1, ω_2 et les fréquences f_1 et f_2 correspondantes sachant que $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 0{,}10\,\mathrm{\mu F}$.
5. Déterminer les **équations des asymptotes du gain** en décibel pour $\omega \gg \omega_1$ (notée Y_1) et $\omega \ll \omega_2$ (notée Y_2), puis leurs pentes.
6. Déterminer l'expression littérale de la **pulsation d'intersection des asymptotes** en fonction de ω_1 et ω_2. Cette pulsation est la pulsation propre du filtre et sera notée notée ω_0. En déduire la fréquence f_0 correspondante. Faire l'application numérique pour f_0.
7. Déterminer l'expression littérale de l'ordonnée d'intersection des asymptotes en décibel $Y_1(\omega_0) = Y_2(\omega_0)$.
8. Déterminer l'expression littérale de $G_{dB}(\omega_0) = G_{dB}(f_0)$. Faire l'application numérique.
9. On peut montrer que pour un tel filtre, l'ordonnée d'intersection des asymptotes est $Y_1(\omega_0) = Y_2(\omega_0) = 20\ \log(|A|/Q)$ où Q est le facteur de qualité du filtre. À partir des résultats précédents, déterminer l'expression de Q en fonction de ω_1 et ω_2. Application numérique.
10. Déduire de l'ensemble des résultats précédents l'allure du diagramme de Bode en gain de ce filtre.
11. Faire une étude complète de la phase de ce filtre (limites et valeur en ω_0). En déduire l'allure du diagramme de Bode en phase du filtre.

II - Tracé d'un diagramme de Bode

Dans cette partie, l'objectif est de tracer le diagramme de Bode *expérimental* du filtre passe-bande étudié dans la partie théorique.

1. Proposer et justifier une méthode permettant de déterminer rapidement la fréquence propre f_0 du circuit grâce à l'oscilloscope. Comparer à la valeur attendue.
2. Relever les grandeurs nécessaires aux tracés des deux diagrammes de Bode (en gain et en phase) de ce filtre (amplitudes des tensions d'entrée et de sortie, décalage temporel entre les courbes et détermination de l'avance ou du retard de la sortie sur l'entrée). On apportera un soin particulier à choisir de façon pertinente les fréquences étudiées et le nombre de points de mesure. On utilisera avec profit les fonctions des GBF permettant de faire varier la fréquence par décade. On présentera l'ensemble des mesures, ainsi que les grandeurs calculées utiles à la question suivante dans un tableau unique.

   a) Mesure du gain en décibel : $G_{dB} = 20\log(\underline{H}) = 20\log\left(\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}\right) = 20\log\left(\frac{V_{sm}}{V_{em}}\right)$

   On choisira de mesurer directement les valeurs maximales (amplitudes) à l'oscilloscope. On adaptera la valeur de V_{em} au fur et à mesure du TP afin d'avoir une amplitude suffisamment grande pour faciliter la lecture.

   On mesure donc V_{em} et V_{sm} pour un certain nombre de fréquences judicieusement choisies et on trace $G_{dB}(\omega)$ ou $G_{dB}(f)$. Ici on choisira $G_{dB}(f)$ puisque le GBF nous donne directement la fréquence à laquelle il fonctionne. La courbe de $G_{dB}(f)$ sur papier semi-logarithmique est le **diagramme de Bode en gain**.

   Remarque : pour des signaux sinusoïdaux le rapport des amplitudes est aussi le rapport des valeurs efficaces et on aurait pu utiliser deux voltmètres plutôt que l'oscilloscope.

   b) Mesure de la phase $\varphi = \arg(\underline{H}) = \varphi_s - \varphi_e$

   Pour tracer $\varphi(f)$ on fait varier la fréquence et pour chaque fréquence on mesure $\varphi_s - \varphi_e$ en utilisant la méthode du décalage temporel Δt. Le tracé de $\varphi(f)$ sur papier semi-logarithmique est le **diagramme de Bode en phase**.

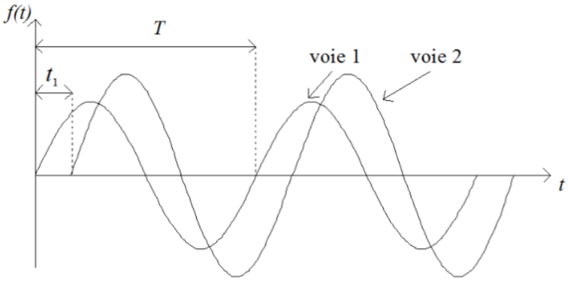
   Rappel : $\varphi > 0$ si v_s est en avance sur v_e ; $\varphi < 0$ si v_s est en retard sur v_e.

   Le déphasage entre deux signaux peut être évalué de deux manières dépendant du mode d'affichage sur l'oscilloscope :

— Mode d'affichage temporel (abscisse = temps)

— *Signe* : comparaison de deux portions de courbes de même monotonie. Le signal en avance de phase (sa phase est supérieure à l'autre) est celui croisant alors l'axe des abscisses en premier.

— *Valeur absolue* : conversion en angle de l'écart temporel entre deux passages par zéro de même monotonie. La conversion utilise le fait qu'une demi-période correspond à une variation d'angle de π (ou 2π pour une période).



Voie 1 en avance sur Voie 2 :

$$\varphi_1 > \varphi_2 \quad \Rightarrow \quad \varphi < 0$$

Valeur absolue :

$$\frac{|\varphi|}{2\pi} = \frac{t_1}{T} \quad \Rightarrow \quad |\varphi| = 2\pi\frac{t_1}{T} = 2\pi f t_1$$

— Mode d'affichage XY (abscisse = tension sur la Voie 1 ; ordonnée = tension sur la Voie 2)

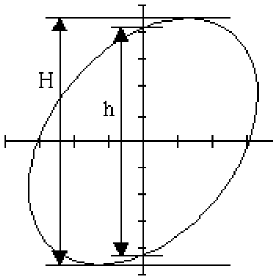
— Lorsque les deux signaux mesurés sur les voies 1 et 2 sont synchrones (i.e. ils ont la même fréquence), la courbe paramétrique visualisée en mode XY est une ellipse.

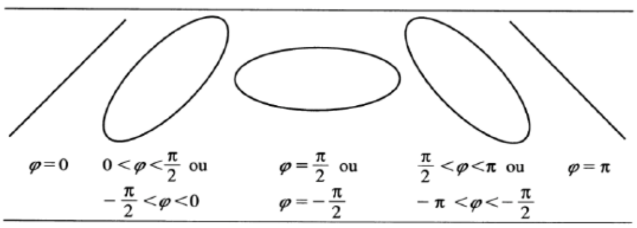
— Lorsque deux signaux sont en phase, l'ellipse devient une droite de pente positive.

— Lorsque deux signaux sont en opposition de phase, l'ellipse devient une droite de pente négative.

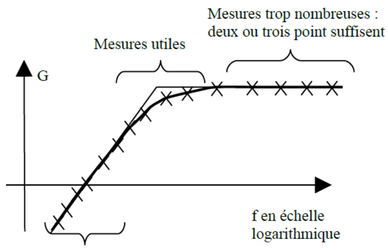
— De façon générale, le déphasage φ est donné par $\sin\varphi = \frac{h}{H}$

— La valeur exacte de φ dépend de l'orientation de l'ellipse :





Remarque :
Il faut multiplier les mesures dans les domaines où le diagramme n'est pas rectiligne.
Du fait de l'utilisation de l'échelle semi-logarithmique sur f, les courbes rejoignent rapidement les asymptotes. En conséquence, veiller à ne pas prendre trop de mesures sur les parties rectilignes. En revanche, il est nécessaire d'obtenir deux points à plus d'une ou, si possible, deux décades avant et après la fréquence propre pour avoir une estimation réaliste des pentes des asymptotes.



3. Tracer les deux diagrammes de Bode, chacun sur une feuille de papier semi logarithmique distincte.
4. À l'aide du diagramme de Bode en phase déterminer graphiquement la fréquence propre f_0 du circuit. Comparer à la valeur attendue.
5. Ajouter les diagrammes de Bode asymptotiques sur les graphes précédents. Mesurer graphiquement les pentes des asymptotes en gain et comparer aux valeurs attendues.
6. Déduire des questions qui précèdent le facteur de qualité Q du filtre. Comparer à la valeur attendue. Ce filtre est-il sélectif ?
7. À l'aide du diagramme de Bode en gain mesurer graphiquement la largeur de bande passante à -3 dB du filtre, notée Δf. Pour cela, on relèvera les fréquences de coupure à 3 dB (qu'on notera f_{c1} et f_{c2} pour éviter toute confusion avec les fréquences f_1 et f_2 de la partie théorique).