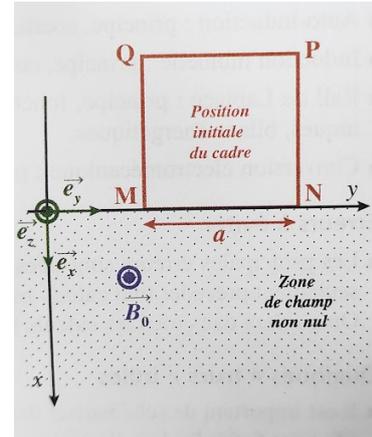


OS – TD 13

# Conversion de puissance électromécanique

## I - Chute d'un cadre

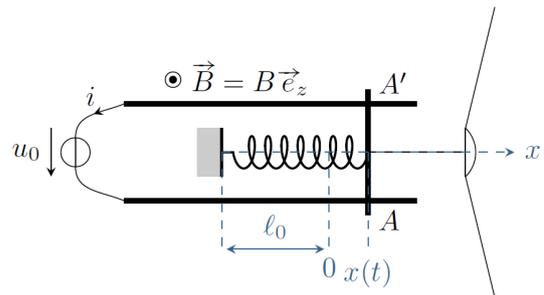
Un cadre rigide  $MNPQ$  sur lequel est enroulé un circuit fermé constitué de  $n$  spires conductrices carrées de côté  $a$  (masse totale  $m$ ) est placé verticalement et son mouvement est étudié dans le référentiel terrestre, dont les axes sont choisis comme dans la figure ci-contre (l'axe  $Ox$  étant vertical, orienté vers le bas). À l'instant initial, le côté le plus bas est horizontal et coïncide avec l'axe  $Oy$ . Le circuit a une résistance totale  $R$  et un coefficient d'auto-induction  $L$ . Dans le demi-espace  $x > 0$ , règne un champ magnétique uniforme et stationnaire comme indiqué sur le schéma. Le cadre est abandonné, sans vitesse initiale, dans le champ de pesanteur uniforme. On supposera qu'un système de guidage l'astreint à demeurer vertical et on négligera tout phénomène de frottement.



1. Expliquer pourquoi le cadre est le siège d'un phénomène d'induction. Exprimer la f.é.m. induite dans le circuit. En déduire l'équation électrique vérifiée par l'intensité dans le cadre, dans le cas où on néglige le phénomène d'auto-induction.
2. Établir l'expression des forces de Laplace sur le cadre. Commenter leur action. Établir l'équation différentielle du mouvement et en déduire les expressions de la vitesse du système et de l'intensité. Exprimer la vitesse limite. Est-elle atteinte? Quel est le mouvement du cadre une fois qu'il est intégralement dans la zone du champ?
3. On tient compte maintenant du phénomène d'auto-induction. Établir l'équation différentielle du mouvement. Sans la résoudre explicitement, décrire le mouvement du cadre. Faire un bilan énergétique.

## II - Haut-parleur « de Laplace »

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle très simplifié de haut-parleur, dans une configuration proche des rails de Laplace où la membrane du haut parleur est fixée solidairement à la tige mobile, qui est également reliée élastiquement à un bâti. La tige mobile a pour longueur  $AA' = a$ , et sa position est repérée par son abscisse  $x$ , dont l'origine correspond à la position de repos. Les frottements de l'air sur la membrane se traduisent par une force de frottement linéaire  $\vec{f} = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{x}\vec{e}_x$ . Le système est forcé électriquement par la tension de commande  $u_0$ . On note  $R$  la résistance électrique de l'ensemble, et on néglige l'auto-induction.

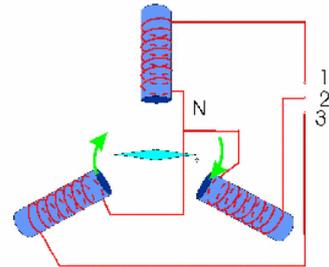


1. Exprimer la f.é.m. induite en fonction de  $\dot{x}$ .
2. Écrire les équations électrique et mécanique.
3. Découpler ces équations pour aboutir à une unique équation différentielle portant sur la position  $x$  de la tige mobile. Quel type d'équation obtient-on? L'analyser physiquement : comment se traduisent les phénomènes d'induction? Commenter leur signe.
4. Procéder à un bilan de puissance du système et interpréter physiquement chaque terme.

### III - Moteur synchrone

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique  $\vec{m}$ , tourne avec la même vitesse angulaire  $\omega$  constante que le champ magnétique  $\vec{B}$  qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur  $\theta$  orienté de  $\vec{m}$  vers  $\vec{B}$  et au couple  $\vec{M}$  exercé par le champ sur le moment magnétique. On prendra  $B = 0,2 \text{ T}$ ,  $m = 8,0 \text{ A} \cdot \text{m}^2$  et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

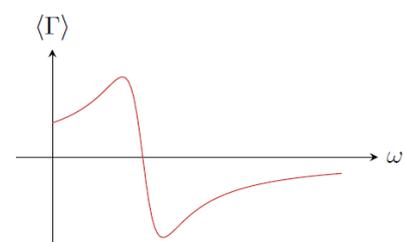
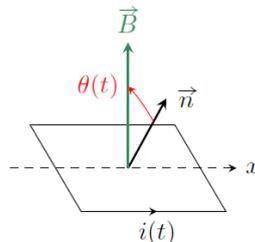
1. On dispose 3 bobines dont les axes se coupent en un même point et inclinés de  $2\pi/3$  les uns par rapport aux autres, comme indiqué sur la figure ci-contre. Chacune d'entre elle est alimentée par une phase du courant triphasé fourni par EDF. Les courants qui les parcourent sont donc les mêmes, déphasés de  $2\pi/3$  les uns par rapport aux autres. Montrer que ce dispositif permet de réaliser un champ magnétique tournant au niveau de l'intersection de leurs axes.



2. Que vaut  $\theta$  si le moteur fonctionne à vide ?
3. Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant  $\mathcal{M}_r = 0,65 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?
4. La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?

### IV - Moteur asynchrone

Le bobinage du rotor d'une machine asynchrone peut être modélisé par une spire unique de résistance  $R$ , d'inductance  $L$  et de surface  $S$  tournant à vitesse angulaire constante  $\omega$  autour d'un axe  $(Ox)$ . La normale  $\vec{n}$  à la spire est contenue dans le plan  $(Oyz)$ . Cette spire est plongée dans un champ  $\vec{B}$  généré par le stator, localement uniforme, contenu dans le plan  $(Oyz)$ , de norme constante, tournant à vitesse angulaire constante  $\omega'$  autour de  $(Ox)$ . Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne le rotor.



1. Expliquer qualitativement (sans équation !) pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses  $\omega$  et  $\omega'$  peuvent-elles être identiques ?
2. Pour simplifier, on suppose qu'à l'instant initial  $\vec{n}$  et  $\vec{B}$  sont colinéaires et de même sens selon  $\vec{e}_z$ . Exprimer l'angle  $\theta$  en fonction de  $\Omega = \omega' - \omega$ . Que représente physiquement la vitesse de glissement ?
3. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans la bobine en fonction de  $\Omega$ .
4. On se place en régime permanent. Déterminer la pulsation du courant dans la bobine et résoudre l'équation différentielle obtenue précédemment à l'aide de la représentation complexe. Écrire la solution comme une somme de sinus et cosinus.
5. En considérant le moment magnétique  $\vec{m}$  de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen  $\langle \Gamma \rangle$  s'exerçant sur la bobine.
6. L'allure de la courbe représentant  $\langle \Gamma \rangle$  en fonction de  $\omega$  est donnée ci-dessus. Le moteur peut-il démarrer seul ?
7. Le moteur doit entraîner une charge mécanique exerçant un couple résistant  $\Gamma_r$  connu. Justifier graphiquement qu'un ou deux points de fonctionnement, c'est-à-dire une ou deux vitesses de rotation  $\omega$ , sont possibles. En raisonnant en termes de stabilité par rapport à  $\Gamma_r$ , justifier qu'un de ces deux points de fonctionnement n'est pas utilisable en pratique. Lequel et pourquoi ?