OS – TD 11

Champ magnétique et forces de Laplace

I - Champ magnétique, cartes et lignes de champ

1. On propose aux figures 1.1 et 1.2 deux diagrammes représentant quelques lignes de champ créées par deux dispositifs magnétiques simples. Indiquer le dispositif à l'origine des lignes de champ parmi les deux cas suivants :
   - fil rectiligne :
     - indiquer sur cette figure l'orientation du fil et du courant par rapport au plan de la figure ;
     - les plans de symétrie/antisymétrie du champ magnétique et de la distribution de courant.
   - système à boucle de courant observé à longue distance et modélisable par un dipôle magnétique de moment magnétique $\overrightarrow{m}$; on représentera sur cette figure $\vec{m}$ et on indiquera le pôle nord (N) et le pôle sud (S).
2. Le dispositif qui crée les lignes de champ de la figure 1.3 est constitué de deux spires circulaires dans une configuration dite « de Helmholtz ». Indiquer :
   - les plans de symétrie/antisymétrie du champ magnétique et de la distribution de courant,
   - l'emplacement des deux intersections de chaque spire avec le plan de la figure, avec les notations suivantes : $A1$ et $B1$ pour la spire 1 et $A2$ et $B2$ pour la spire 2 (la numérotation des spires est arbitraire),
   - l'orientation par rapport au plan du courant parcourant chacune des spires, en chacun des points précédents,
   - la ou les zones de champ intense et de champ faible,
   - la ou les zones de champ quasi uniforme,
   - les valeurs du rayon des spires et de la distance séparant les centres de deux spires. (En unités arbitraires de la figure.)

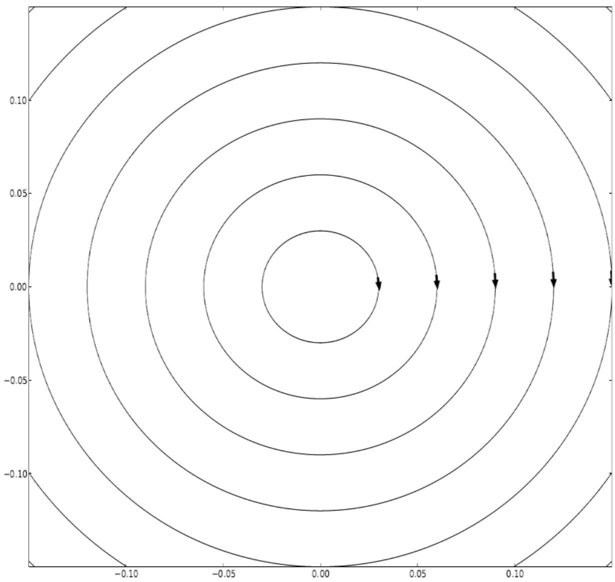


FIGURE 1.1 – Fil ou boucle ? (1)

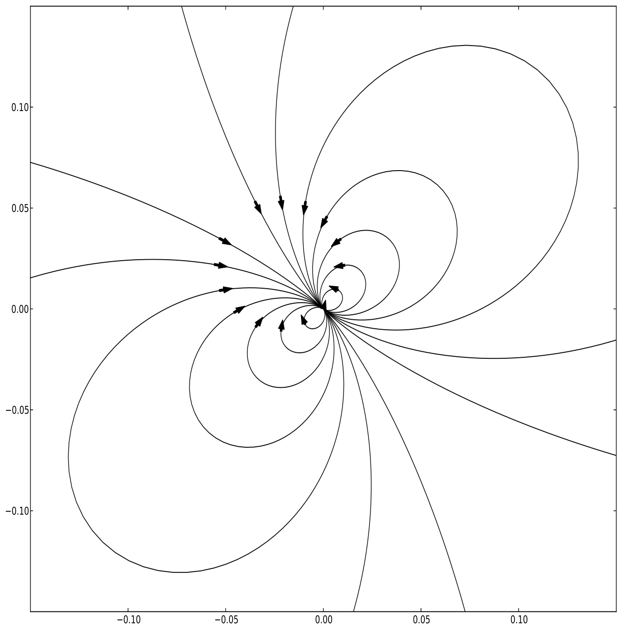


FIGURE 1.2 – Fil ou boucle ? (2)

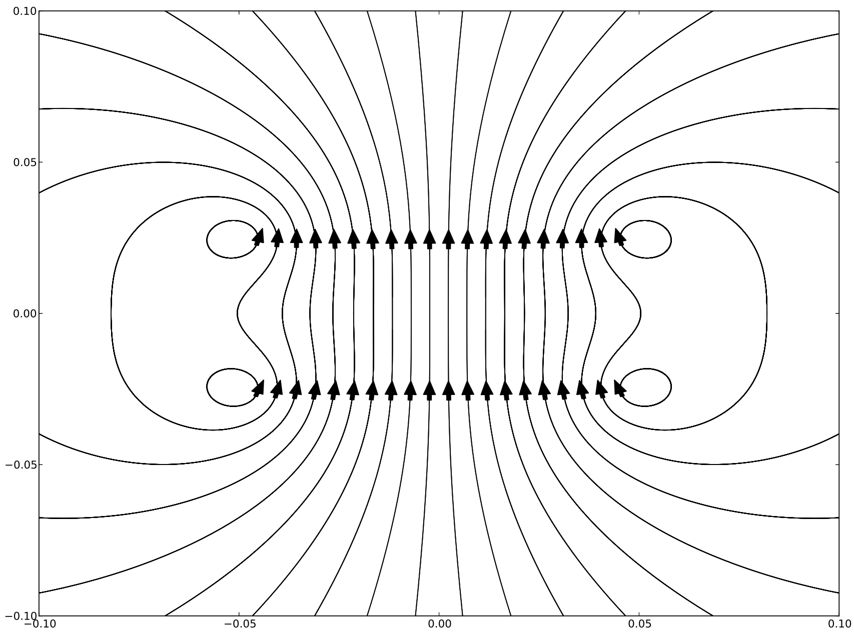
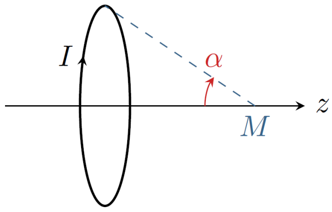


FIGURE 1.3 – Spires de Helmholtz

II - Champ créé par une spire

Le champ créé par une spire circulaire de rayon R parcourue par un courant d'intensité I peut se calculer analytiquement. En un point M de cote z appartenant à l'axe de la spire, il prend la forme particulièrement simple

$$\overrightarrow{B}(M) = \pm \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \sin^3 \alpha \, \vec{e}_z$$



où α est l'angle sous lequel la spire est vue depuis le point M.

1. Dans quel sens est orienté le champ $\overrightarrow{B}$ en M ? En déduire le signe $\pm$ à conserver dans l'expression de $\overrightarrow{B}(M)$.
2. Exprimer le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ de la spire.
3. Montrer que lorsque le point M est très éloigné de la spire ($z \gg R$), le champ sur l'axe s'exprime directement en fonction du moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ sans faire intervenir ni l'intensité I ni le rayon R.

III - Calcul de forces de Laplace

Une portion de conducteur rectiligne, de longueur l, parcourue par un courant d'intensité I, est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Représenter le vecteur représentant la force de Laplace et calculer sa norme dans les trois cas de la figure 1.4.
On donne : $l = 10\,\mathrm{cm}$, $B = 0{,}50\,\mathrm{T}$ et $I = 2{,}0\,\mathrm{A}$.

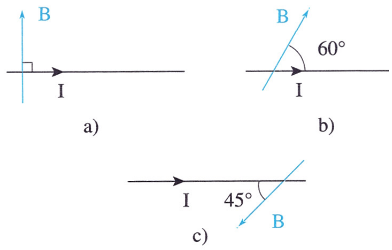


FIGURE 1.4 – Trois orientation relatives champ-conducteur.

IV - Rails de Laplace inclinés

On considère un montage de deux rails de Laplace parallèles inclinés de l'angle α par rapport à l'horizontale. Sur ces deux rails parallèles se trouve une barre mobile, horizontale, perpendiculaire aux rails et en translation dans une direction parallèle aux rails. On note ℓ la distance séparant les deux rails et m la masse de la barre. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme, dirigé selon la verticale et indépendant du temps. Un générateur de courant impose une intensité I constante dans le circuit formé par les rails et la barre. On négligera tous les frottements. On prendra $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ pour l'accélération de la pesanteur.

1. La barre est initialement immobile. Faire un ou des schéma de la situation physique, en y représentant toutes les informations utiles et les 3 forces permettant l'équilibre de la barre.
2. Expliquer comment on peut déduire de l'analyse de la situation physique le sens de circulation du courant. Représenter ce courant sur le schéma précédent.
3. Déterminer l'expression de I_0 de l'intensité du courant à l'équilibre. Application numérique. On donne : $||\vec{B}|| = 1{,}0\,\mathrm{T}$, $\alpha = 30°$, $m = 20\,\mathrm{g}$, $\ell = 20\,\mathrm{cm}$, $\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$.
4. Partant de cette situation, on communique au barreau une vitesse initiale v_0 dirigée vers le haut. Déterminer son mouvement ultérieur.
5. On impose maintenant un courant $I = 1,1\, I_0$. Quel est le mouvement de la barre ?
6. Déterminer alors l'expression de son accélération en fonction de I, I_0, m, g et α. Application numérique.
7. On mesure que l'altitude de la barre varie de $|\Delta z| = 10\,\mathrm{cm}$ en $\Delta t = 0{,}50\,\mathrm{s}$. Déterminer l'expression puis la valeur de la puissance de la force de Laplace s'exerçant sur la barre.

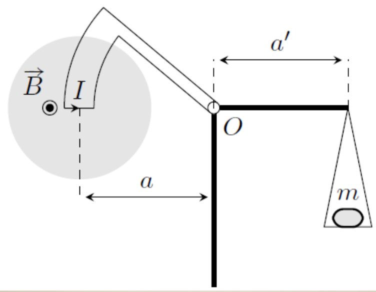
V - Équilibre d'une tige

On considère une tige conductrice OA, homogène, de masse m et de longueur l, mobile en rotation d'un axe horizontal Δ passant par l'extrémité O de la tige. La tige est parcourue par un courant électrique d'intensité I maintenu constant par un dispositif qui n'est pas étudié dans cet exercice. Elle est plongée dans un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{e}_y$ uniforme et parallèle à Δ. On note α l'angle entre la tige et la verticale. On suppose le champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = g\,\vec{e}_z$.

1. Faire un schéma.
2. Quelles sont les trois forces s'exerçant sur la tige ?
3. Déterminer les expressions de leurs moments par rapport à Δ. On pourra admettre que la résultante d'une force distribuée de façon homogène le long de la tige a son point d'application au milieu de la tige.
4. Déterminer l'expression, en fonction de m, $g = ||\vec{g}||$, l et $B = ||\vec{B}||$, de α_{eq}, valeur de α lorsque la tige est à l'équilibre.
5. Quelle intensité de courant faut-il pour que l'équilibre soit réalisé avec une tige inclinée à 45° ? On donne : $B = 0{,}1\,\mathrm{T}$, $l = 10\,\mathrm{cm}$, $m = 20\,\mathrm{g}$ et $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.
6. Représenter cette situation d'équilibre sur un schéma (forces et position de la tige).

VI - Balance de Cotton

La balance de Cotton est un dispositif ancien, développé au tout début du XX^e siècle par Aimé Cotton pour mesurer avec précision des champs magnétiques. Elle est constituée de deux bras rigidement liés l'un à l'autre en O. La partie de gauche comprend sur sa périphérie un conducteur métallique qui est parcouru par un courant et dont une partie est placée dans le champ magnétique uniforme et permanent à mesurer, représenté par la zone grisée. Dans cette partie, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre O, reliés par une portion horizontale de longueur L. Le partie droite comporte un plateau sur lequel est déposée une masse m afin d'équilibrer la balance.
La balance peut tourner sans frottement dans le plan de la figure autour du point O. À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse m, la position du plateau est ajustée afin que la balance soit à l'équilibre avec le bras de droite parfaitement horizontal.



1. Montrer que le moment en O des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.
2. À l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O des forces de Laplace.
3. En déduire la relation entre la masse m à poser sur le plateau pour retrouver la configuration d'équilibre et le champ magnétique B, à exprimer en fonction de a, a', L, I et de l'intensité de la pesanteur g.
4. La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 0{,}05\,\mathrm{g}$, en déduire la plus petite valeur de B mesurable pour $a = a' = 25\,\mathrm{cm}$, $L = 5\,\mathrm{cm}$ et $I = 5\,\mathrm{A}$. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.