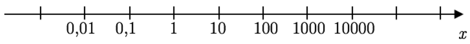
OS – Chapitre M

Filtrage linéaire

II - Fonction de transfert d'un quadripôle linéaire

II.3 - Diagramme de Bode

Échelle logarithmique : on représente $\log(x)$ à la place de x :



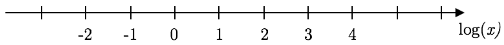
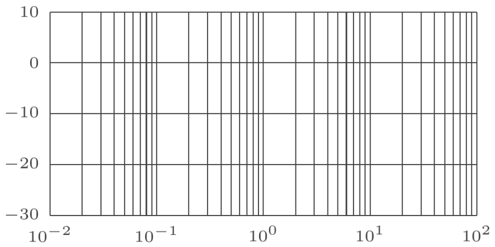
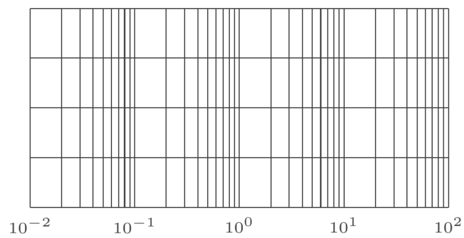


Diagramme de Bode : ensemble de deux graphes.

- Diagramme de Bode en gain : on représente le gain en décibel en fonction de la pulsation (ou de la pulsation réduite) en échelle logarithmique en abscisse $G_{dB}(\omega) = 20\log(G(\omega))$
- Diagramme de Bode en phase : on représente la phase en fonction de la pulsation (ou de la pulsation réduite) en échelle logarithmique en abscisse : $\varphi(\omega)$





IV - Filtres classiques d'ordre 2

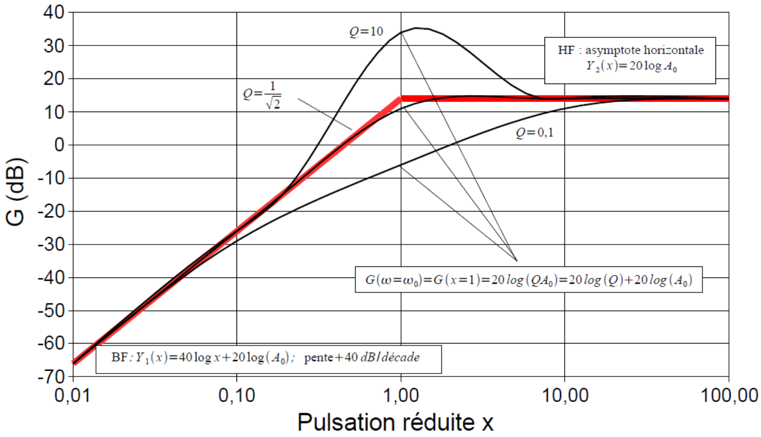
IV.1 - Passe-haut d'ordre 2

Fonction de transfert de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0 \frac{-\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

L'asymptote à basse fréquence de la courbe du gain a pour pente +40 dB/décade.
L'asymptote à haute fréquence de la courbe du gain est une droite horizontale.

Le diagramme de Bode en fonction de la pulsation réduite $x = {}^{\omega}/_{\omega_0}$ est tracé ci-dessous pour $A_0 = 1$ et pour différentes valeurs de Q.



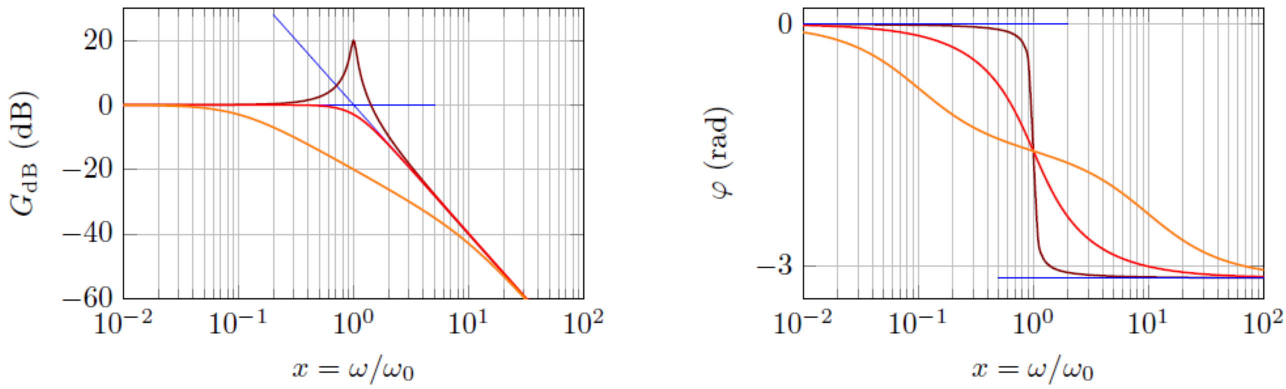
IV.2 - Passe-bas d'ordre 2

Fonction de transfert de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

L'asymptote à basse fréquence de la courbe du gain est une droite horizontale.
L'asymptote à haute fréquence de la courbe du gain a pour pente -40 dB/décade.

Le diagramme de Bode en fonction de la pulsation réduite $x = {}^{\omega}/_{\omega_0}$ est tracé ci-dessous pour $A_0 = 1$ et pour $Q = 10$ (courbe marron, avec résonance), $Q = {}^1/\sqrt{2}$ (courbe rouge, au plus proche des asymptotes) et $Q = {}^1/_{10}$ (courbe orange, sans résonance et éloignée des asymptotes).



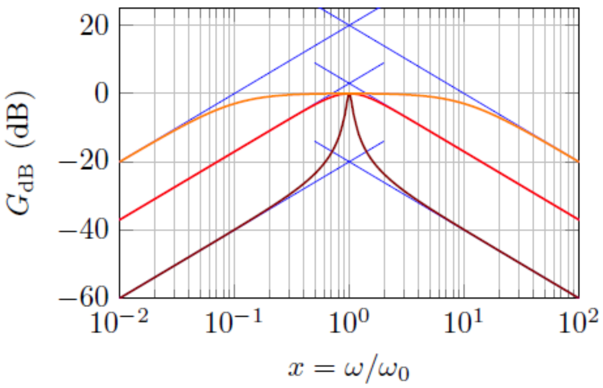
IV.3 - Passe-bande d'ordre 2

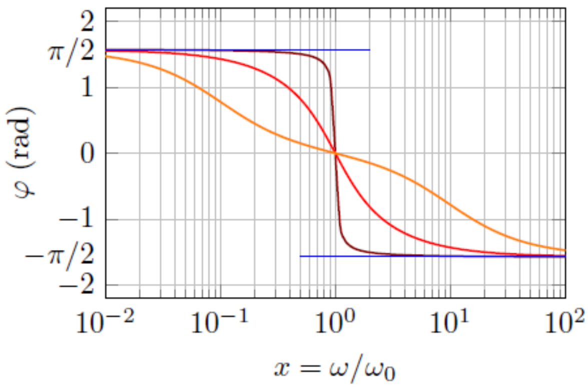
Fonction de transfert de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad \text{ou} \qquad \underline{H}(j\omega) = \frac{A_0 \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

L'asymptote à basse fréquence de la courbe du gain a pour pente +20 dB/décade.
L'asymptote à haute fréquence de la courbe du gain a pour pente -20 dB/décade.

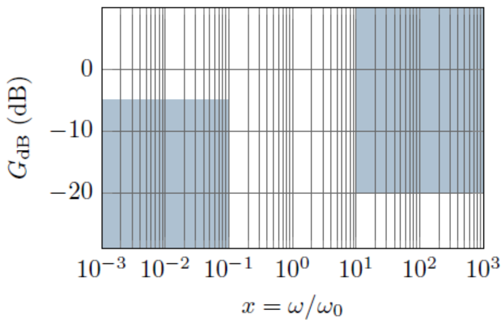
Le diagramme de Bode en fonction de la pulsation réduite $x = {}^{\omega}/_{\omega_0}$ est tracé ci-dessous pour $A_0 = 1$ et pour $Q = 10$ (courbe marron, avec résonance), $Q = {}^1/\sqrt{2}$ (courbe rouge, au plus proche des asymptotes) et $Q = {}^1/_{10}$ (courbe orange, sans résonance et éloignée des asymptotes).



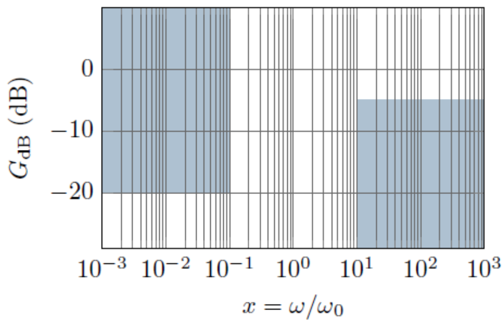


V - Choix d'un filtre

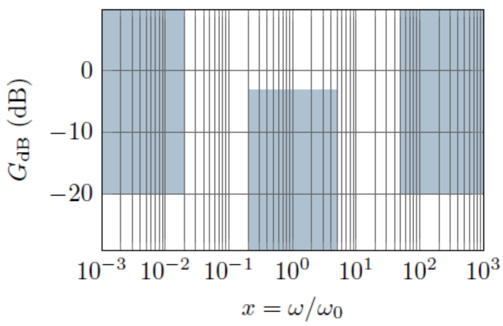
V.2 - Gabarit de filtres de référence



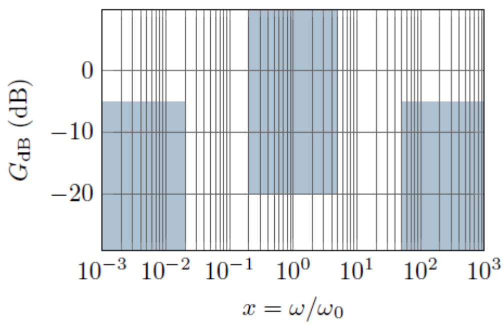
(a) Filtre passe-bas



(b) Filtre passe-haut



(c) Filtre passe-bande

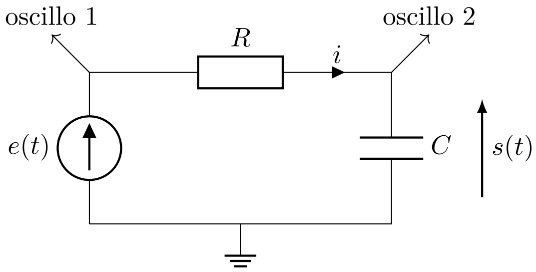


(d) Filtre coupe-bande ou filtre réjecteur

VI - Filtrage d'un signal créneau

VI.1 - Filtre passe-bas d'ordre 1

Expérience Filtre RC avec $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$ et $C = 160\,\mathrm{nF}$, ce qui assure $f_c = 1\,\mathrm{kHz}$.

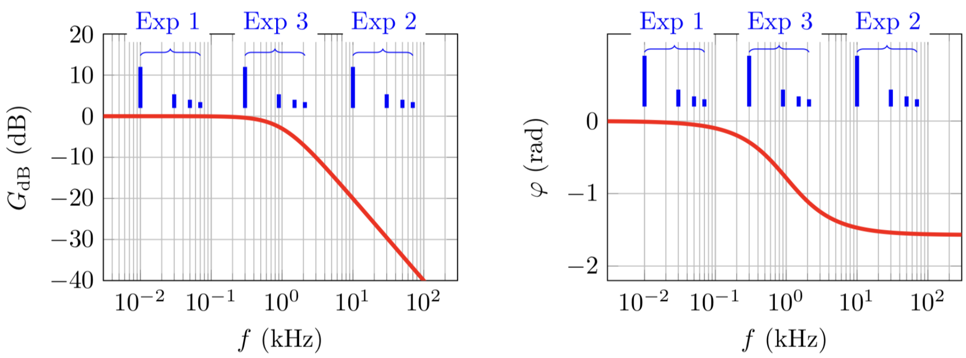


On réalise l'expérience pour 3 fréquences différentes : $f_1 = 10\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 10\,\mathrm{kHz}$ et $f_c = 300\,\mathrm{Hz}$.

Observations

- Exp. 1 : on retrouve en sortie le même signal que l'entrée.
- Exp. 2 : on obtient un signal triangle de même fréquence que le créneau, mais très atténué en amplitude.
- Exp. 3 : on obtient un signal « en dents de requin », peu indentifiable, de même fréquence que le signal créneau.

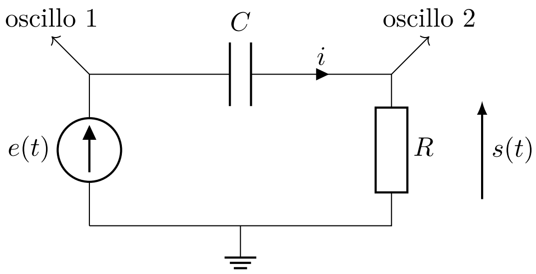
Interprétation On superpose le diagramme de Bode du filtre et le spectre du signal d'entrée :



- Exp. 1 : toutes les composantes du signal d'entrée sont conservées en terme d'amplitude et ne sont pas déphasées : on verra donc un signal très ressemblant au signal créneau d'entrée en sortie.
- Exp. 2 : toutes les composantes sont fortement atténuées et déphasées de $\pi/2$. On voit donc un signal faible en amplitude et qui semble « décalé ». On peut aussi expliquer la forme triangulaire du signal : en effet, une asymptote de -20 dB/déc correspond dans le domaine complexe à multiplier par $j\omega$, c'est-à-dire à intégrer.
- Exp. 3 : les premières composantes sont peu atténuées, mais le déphasage change grandement pour chaque composante. On obtient donc un signal peu caractéristique, mais de même fréquence puisque les basses fréquences sont globalement conservées.

VI.2 - Filtre passe-haut d'ordre 1

Expérience Filtre CR avec $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 160\,\mathrm{nF}$, ce qui assure $f_c = 1\,\mathrm{kHz}$.



On réalise l'expérience pour 3 fréquences différentes : $f_1 = 300\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 10\,\mathrm{Hz}$ et $f_c = 10\,\mathrm{kHz}$.

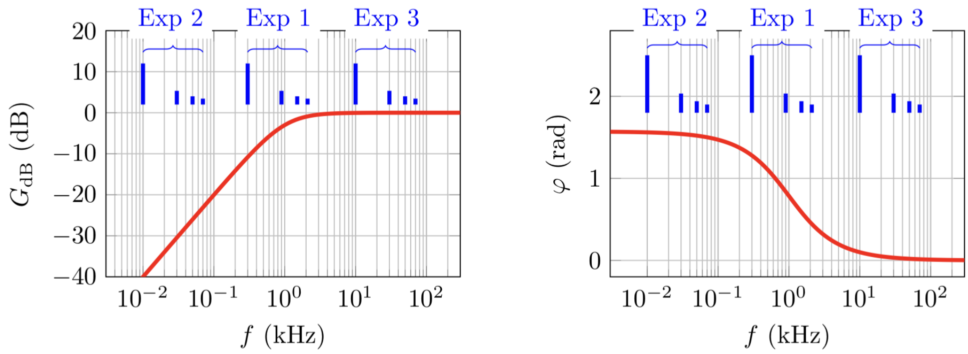
Observations

— Exp. 1 : on obtient un signal « en dents de requin », peu identifiable, de même fréquence que le signal créneau. on retrouve en sortie le même signal que l'entrée.

— Exp. 2 : on obtient un signal presque nul, sauf au niveau des fronts montants et descendants du signal carré.

— Exp. 3 : on obtient un signal proche de l'entrée, mais sans l'offset.

Interprétation On superpose le diagramme de Bode du filtre et le spectre du signal d'entrée :



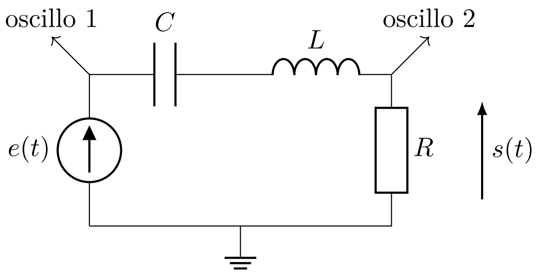
— Exp. 1 : certaines composantes sont conservées, d'autres atténuées, toutes ont un déphasage différent. On obtient donc un signal peu caractéristique.

— Exp. 2 : toutes les composantes sont très atténuées et déphasées de $\pi/2$. ce qui entraîne en sortie un signal nul. On peut aussi expliquer la présence des pics : en effet, une asymptote de +20 dB/déc correspond dans le domaine complexe à diviser par $j\omega$, c'est-à-dire à dériver.

— Exp. 3 : toutes les composantes sont conservées et peu voire pas déphasées : le signal de sortie est semblable à celui de l'entrée. Seule l'offset, de fréquence nulle est "coupée" par le filtre.

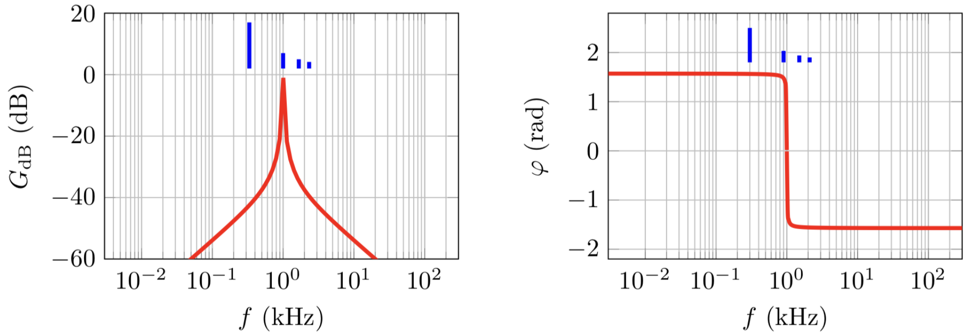
VI.3 - Filtre passe-bande d'ordre 2

Expérience On réalise le passe-bande d'ordre 2 le plus simple : un filtre RLC.
On prendra $R = 50\,\Omega$, $L = 800\,\text{mH}$ et $C = 32\,\text{nF}$, ce qui impose $f_0 = 1\,\text{kHz}$ et $Q = 50$. On réalise l'expérience pour $f = 330$ Hz.



Observations : on obtient un signal sinusoïdal de fréquence 1kHz, d'amplitude plus faible que celle du créneau.

Interprétation On superpose le diagramme de Bode du filtre et le spectre du signal d'entrée :



Seule la composante à 1kHz est conservée : on obtient donc un signal sinusoïdal.