

## Chapitre F – Grandeurs électriques. Lois de Kirchhoff

### I Le courant électrique

#### I.1 Définitions

Le courant électrique est un déplacement ordonné de porteurs de charges. Ces charges peuvent être positives ou négatives. Le sens conventionnel du courant est celui des porteurs de charges positives. Le déplacement des porteurs de charge est dû à l'action d'un champ électrique.

La charge électrique est une grandeur qui a comme caractéristiques principales d'être :

- *quantifiée* c'est-à-dire qu'il existe une quantité minimale de charge électrique qui est indivisible, appelée *charge élémentaire*, notée  $e$  et valant  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; la charge portée par un électron étant  $-e$  et celle portée par un proton étant  $+e$ ;
- *conservative*, c'est-à-dire que sa quantité totale ne peut jamais être modifiée : on peut échanger des charges, les déplacer, mais ni en augmenter ni en réduire la quantité totale.

Au niveau macroscopique, on manipule des quantités d'électricité dont l'ordre de grandeur atteint facilement le coulomb<sup>1</sup>. Ces quantités d'électricité étant extrêmement grandes, il est quasiment impossible à l'échelle macroscopique de discerner les charges élémentaires.

Bien que la charge électrique soit quantifiée à l'échelle microscopique, la valeur de la charge élémentaire permet, au niveau macroscopique, l'utilisation de grandeurs électriques continues.

#### I.2 Conduction

##### a) Dans les métaux

Dans les métaux, chaque atome libère un ou plusieurs électrons de valence pour former un cristal métallique (à l'état solide) entouré d'un « nuage » d'électrons, libres de se déplacer. La cohésion du métal est due aux interactions électrostatiques entre les cations du cristal métallique et le « gaz » d'électrons libres. Dans un métal, les porteurs de charge sont donc des électrons libres. Le sens conventionnel du courant est donc opposé au sens de déplacement des électrons. Du fait de la présence du nuage d'électrons, les métaux sont généralement de bons conducteurs.

##### b) Conduction dans les liquides

Pour être conducteur, un liquide doit contenir des ions (en concentrations non négligeables). Ce liquide est alors appelé *électrolyte*. Le liquide étant globalement neutre, il y a à la fois des anions et des cations. Les porteurs de charge sont donc à la fois des anions et des cations dont la migration (en sens opposé) assure la conduction électrique. Ex : l'eau pure est un mauvais conducteur. Elle contient des ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  et des ions  $\text{HO}^-$  en faibles concentrations  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{HO}^-] = 1 \times 10^{-7} \text{ molL}^{-1}$ . En revanche, l'eau salée contient en plus des ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{Cl}^-$ . Elle est meilleure conductrice.

##### c) Conduction dans les gaz

Dans les conditions normales, ils sont isolants (très mauvais conducteurs). Lorsqu'ils sont portés à très haute température, ou excités par une décharge électrique, l'énergie fournie permet à des électrons de se libérer de l'attraction du noyau, on dit que le gaz s'ionise et il devient alors conducteur. Exemple : la lampe à néon, lampes spectrales.

##### d) Conduction dans les semi-conducteurs

Les semi-conducteurs sont des solides dans lesquels il existe des électrons libres mais en plus faible quantité que dans les métaux. Dans la structure d'un semi-conducteur, il existe aussi des carences en électron, appelées *trous*, assimilables à des charges positives. L'intérêt réside dans le fait qu'en associant correctement différents types de semi-conducteur on peut commander électroniquement leur conduction et donc choisir quand ils laisseront

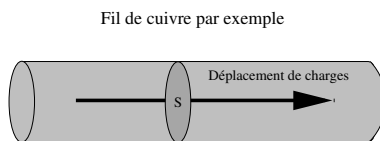
1. Par exemple, une petite batterie rechargeable de 1000 mA h a une charge de 3600 C.

passer le courant et quand ils le bloqueront. Ex : diodes, transistors, amplificateurs opérationnels et composants électroniques sont fabriqués à base de semi-conducteurs tels que le Silicium<sup>2</sup>.

---

2. D'où le nom de *Silicon valley*, vallée du Silicium, donné à la région des États-Unis spécialisée dans l'informatique et l'électronique.

### I.3 Intensité du courant électrique



**Définition :** si pendant la durée  $\Delta t$ , la charge  $Q$  traverse la section  $S$ , alors l'intensité du courant est :

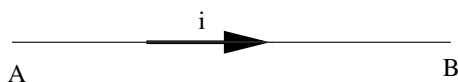
$$I \equiv \frac{Q}{\Delta t}$$

Autrement dit, **l'intensité du courant électrique est le débit de charge**<sup>3</sup>. Elle s'exprime en ampère (A) : un ampère représente un débit de un coulomb par seconde traversant la surface considérée. L'ampère fait partie des sept unités de base du système international (SI).

Si l'intensité dépend du temps (régime variable), alors la définition précédente est celle de la valeur moyenne de l'intensité pendant la durée  $\Delta t$ .

Pour la valeur instantanée, il est nécessaire d'évaluer l'intensité du courant électrique comme étant le débit de charges à travers une section  $S$  pendant la durée infinitésimale  $dt$ . Dans, ce cas la charge traversant la surface est également infinitésimale et peut se noter  $dq$ . On a alors :

$$i \equiv \frac{dq}{dt}$$



Pour un élément de circuit AB dans lequel circule un courant d'intensité  $i$ , on représente le courant par une flèche orientée. Il s'agit d'une orientation *arbitraire* (parce qu'on ne connaît pas toujours *a priori* le sens du courant), et on dit que l'intensité du courant électrique est une grandeur algébrique : si le sens *réel* du courant est celui de la flèche on a  $i > 0$ , si le sens *réel* du courant est le sens contraire de la flèche, alors on a  $i < 0$ .

Une analyse rapide de la façon dont se caractérise une intensité électrique nous fait rapidement comprendre que celle-ci dépend de la vitesse  $v$  des porteurs charges, de la quantité de charge électrique portée par chaque porteur de charge, du nombre de porteurs de charge par unité de volume (densité particulaire de porteurs de charge)  $\rho$  et de la section traversée  $S$ .

**Application :** à partir d'une équation aux dimensions, établir la relation entre  $i$  et toutes ces grandeurs.

**Application :** calculer la vitesse  $v$  des électrons de conduction du cuivre pour un fil de section  $S = 1 \text{ mm}^2$ , traversée par un courant d'intensité  $I = 10 \text{ A}$ . On donne :  $q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $\rho = 8,4 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .

**Remarque :** on note souvent  $i$  l'intensité d'un courant variable dans le temps (on dit aussi instantané) et  $I$  celle d'un courant continu<sup>4</sup>. Mais ce n'est pas une règle générale.

3. Dont l'analogie mécanique est le débit, c'est-à-dire le volume de fluide s'écoulant dans la section d'une canalisation.

4. Un courant continu est un courant dont l'intensité ne dépend pas du temps.

## II Potentiel et tension

### II.1 Potentiel électrique

Dans un circuit électrique, un générateur met les charges en mouvement, en leur fournissant de **l'énergie potentielle**. Au fur et à mesure qu'ils parcourent le circuit les porteurs de charges perdent cette énergie (par conversion en énergie mécanique ou thermique le plus souvent). À la sortie du générateur, les charges ont donc le maximum d'énergie potentielle. *Dans le cas de régimes stationnaires*<sup>5</sup>, cette énergie s'écrit pour une charge  $q$  au point P :

$$E_p = q v_p$$

où  $v_p$  est le **potentiel électrique du point P** du circuit. Un potentiel électrique s'exprime en volts (V). Une charge de 1 coulomb dans un potentiel de 1 volt a une énergie de 1 joule.

Une charge circule naturellement d'un point de haute énergie potentielle vers un point de basse énergie potentielle (de la même façon qu'une masse d'eau d'un circuit hydraulique va de haut en bas). On comprend donc, par exemple, que si la charge est négative (cas de l'électron) elle va du point de potentiel électrique bas vers le point de potentiel électrique haut (« du - vers le + »).

### II.2 Différence de potentiels

D'une manière générale, on ne mesure en physique que des échanges d'énergie (des différences). On n'a en général pas accès à la valeur de l'énergie elle-même mais à ses variations. En électricité, on introduit alors **la différence de potentiel** ou ddp ou tension<sup>6</sup> :

$$u_{AB} = v_A - v_B \quad \text{On représente une tension } u_{AB} \text{ par une flèche qui}$$

pointe sur A (la flèche va de B *vers* A) : ainsi, si  $u_{AB}$   
est positive, la flèche pointe le potentiel haut

**Propriétés** : ces différences de potentiels sont **additives** c'est-à-dire qu'on peut écrire :

$u_{AB} = u_{AC} + u_{CD} + u_{DB}$  (sorte de « relation de Chasles » pour les différences de potentiel). De la même manière on aura :  $u_{AB} = -u_{BA}$ .

**Remarque** : aux bornes d'un fil ne comportant aucun dipôle, la ddp sera toujours considérée nulle.

### II.3 Masse électrique

La **masse** (électrique) est le point d'un circuit dont le potentiel électrique est conventionnellement pris égal à 0. Elle est représentée par des hachures inclinées (voir figure page 5).

Le choix de la position de la masse dans un circuit est sans influence sur les valeurs des ddp, mais un choix judicieux permet d'en simplifier certains calculs. En pratique, la masse est donc très souvent positionnée au point de potentiel bas d'un générateur de tension, s'il y en a un.

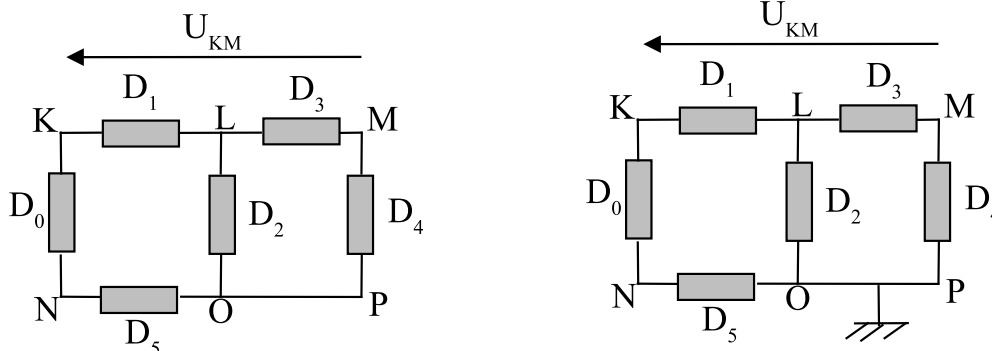
5. Indépendants du temps.

6. La très subtile différence de significations entre les termes « différence de potentiels » et « tension » sera abordée en deuxième année.

### III Lois de l'électrocinétique dans l'ARQS

#### III.1 Vocabulaire – Rappels

Nous nous intéressons à présent à des jonctions métalliques entre les éléments du circuit :



Parfois on représente aussi la « masse » qui est le point de référence de potentiel pour un circuit donné. Son symbole est : On a alors dans notre exemple  $V_o = V_p = 0$ .

- deux points d'un circuit qui ne sont séparés que par du fil sont considérés comme des points équivalents d'un point de vue électrique : **O et P sont des points électriques équivalents** (on pourrait n'indiquer que O ou que P) ; tous les autres points sont distincts ;
- un dipôle possède deux points de connexion distincts ;  **$D_0, D_1, D_2, D_3, D_4$  et  $D_5$  sont des dipôles** ;
- un nœud est un point de connexion entre *au moins* trois dipôles : il n'y a que deux nœuds dans ce circuit ; **L est un nœud ; O et P sont un seul et même nœud** ;
- **KMPNK, KLONK et LMPOL sont des mailles** ;
- $U_{KM} = V_K - V_M$  est la **différence de potentiels entre les points K et M**,  $V_K$  est le potentiel en K et  $V_M$  est le potentiel en M.

#### III.2 Loi des nœuds (première loi de Kirchhoff)

##### a) Conservation de la charge

Si on délimite une petite portion de circuit à l'intersection d'au moins trois fils électriques (nœud) et qu'on cherche à y évaluer la variation de la charge, il faut effectuer un bilan ; la charge étant conservative, les seules causes de variation de la charge sont les échanges avec les fils électriques connectés. Supposons que pendant la durée  $dt$ , la charge  $dq_1$  entre dans la portion de circuit, et que  $dq_2$  et  $dq_3$  en sortent. La variation de charge  $dq$  est alors donnée par :

$$dq = dq_1 - dq_2 - dq_3$$

Si, de plus, le régime est stationnaire, la quantité de charge dans une portion de circuit ne dépend pas du temps, et sa variation est donc toujours nulle, on a alors :

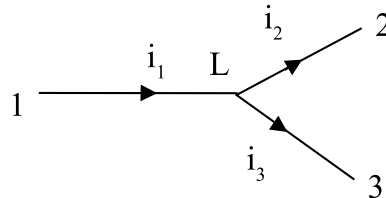
$$dq = 0 \Rightarrow dq_1 = dq_2 + dq_3$$

**b) Loi des nœuds**

En terme d'intensité du courant, le résultat précédent s'exprime sous la forme :

$$i_1 \equiv \frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt} + \frac{dq_3}{dt} \equiv i_2 + i_3$$

On dit que, dans un circuit en régime stationnaire, la somme algébrique des intensités des courants dans un nœud est nulle. Un courant étant compté positivement s'il va vers le nœud, négativement sinon.



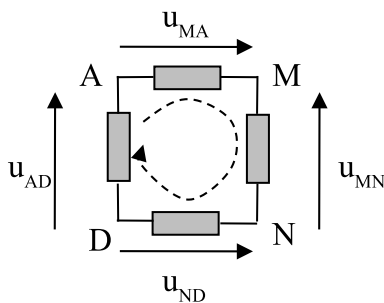
Pour un nombre quelconque de fils connectés au nœud, on peut établir la loi suivante :

$$\sum_k \epsilon_k i_k = 0 \quad \text{Loi des noeuds}$$

avec  $\epsilon_k = 1$  si  $i_k$  est entrant et  $\epsilon_k = -1$  si  $i_k$  est sortant du nœud.

**III.3 Loi des mailles (deuxième loi de Kirchhoff)**

Du fait de l'additivité des différences de potentiel, quand on fait la somme de ces différences le long d'une maille (c'est-à-dire une boucle fermée) la résultante est nulle. Il s'agit d'abord d'orienter la maille et ensuite de compter algébriquement les différences de potentiels :



Sur l'exemple précédent regardons la maille ADNMA et faisons la somme des tensions, dans le sens de parcours en pointillé, on a :

$$u_{AD} + u_{MA} - u_{MN} - u_{ND} = u_{AA} = v_A - v_A = 0$$

**La somme des différences de potentiels quand on parcourt une maille orientée est nulle :**

$$\sum_k \epsilon_k u_k = 0$$

avec  $\epsilon_k = 1$  si  $u_k$  est dans le sens d'orientation de la maille et  $\epsilon_k = -1$  si  $u_k$  est dans le sens contraire.

## IV Régimes quasi-stationnaires

### IV.1 Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Les grandeurs électriques que nous avons étudiées sont en réalité des grandeurs électromagnétiques qui dépendent du caractère ondulatoire du champ électromagnétique et qui se propagent dans les conducteurs à la célérité<sup>7</sup> de l'ordre de celle de la lumière dans le vide  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Le temps de propagation d'un signal électrique dans un circuit de longueur  $L$  est donc de l'ordre de :  $\Delta t = \frac{L}{c}$ .

Ce temps est généralement extrêmement faible pour tous les circuits usuels que nous étudierons et nous pourrions négliger tous les retards à la propagation si  $\Delta t$  est négligeable devant le temps caractéristique du régime électrique étudié, par exemple la période  $T$  pour un régime périodique. La principale conséquence est que nous pourrions considérer comme *quasi-stationnaires* tous les régimes électriques *lentement variables*, c'est-à-dire dont la période  $T$  est très grande devant les temps de propagation  $\Delta t$ .

$$\Delta t = \frac{L}{c} \ll T \quad \text{Approximation des régimes quasi-stationnaires}$$

**Application :** traduire l'approximation précédente en termes de longueurs (longueur  $L$  du circuit, longueur d'onde  $\lambda$ ).

**Application :** Pour un circuit long de 1 m (cas très courant), déterminer la condition en fréquence pour que l'ARQS soit valable.

### IV.2 Conséquences

La loi des nœuds a été établie en régime stationnaire. Le potentiel électrique n'est défini que pour les régimes stationnaires (et sa principale conséquence, la loi des mailles, n'est donc valable que dans de tels régimes). Néanmoins, on pourra considérer que :

Les lois des nœuds et des mailles restent valables pour les régimes lentement variables, c'est-à-dire dans le cadre de l'ARQS.

<sup>7</sup> À ne pas confondre avec la vitesse de déplacement des porteurs de charge, comme les électrons dans un fil métallique, dont la vitesse typique est de l'ordre du mm par seconde.

## V Puissance électrocinétique

### V.1 Conventions d'orientation

Nous avons vu que pour l'étude d'un circuit électrique on choisissait un certain nombre d'orientations arbitraires : orientations des courants électriques et orientations des mailles du circuit. Ce sont les conventions d'orientation.

- Pour un dipôle donné AB d'un circuit, si le courant  $i$  et la tension  $u$  sont orientés *dans le même sens* on parle de **convention générateur** :

- Pour un dipôle donné AB d'un circuit, si le courant  $i$  et la tension  $u$  sont orientés *en sens contraire* on parle de **convention récepteur** :

### V.2 Puissance échangée

Un circuit, contenant au moins deux dipôles, se présente toujours, au moins partiellement, sous cette forme :

Pour  $u = v_B - v_A > 0$ , B est le point de potentiel haut et A le point de potentiel bas.

Pendant la durée  $\Delta t$ , en suivant le sens du courant on voit qu'une charge  $q$  qui part de A puis traverse le générateur se retrouve en B. L'énergie potentielle des charges augmente. **Le dipôle générateur cède** donc l'énergie aux charges :

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_B - E_A = q(v_B - v_A) = i \Delta t (v_B - v_A) \\ &\text{ou encore la puissance } P : \\ P &= \Delta E / \Delta t = i(v_B - v_A) = ui\end{aligned}$$

Pendant la même durée, toujours en suivant le sens du courant, on voit qu'une même charge  $q$  traverse le dipôle récepteur de B vers A, et perd donc de l'énergie. Cette énergie est en fait fournie au récepteur par les charges, sous forme thermique ou mécanique par exemple. **Le dipôle récepteur reçoit** donc des charges l'énergie :

$$\begin{aligned}\Delta E &= i \Delta t (v_B - v_A) \\ &\text{ou encore la puissance} \\ P &= i(v_B - v_A) = ui\end{aligned}$$

En convention récepteur,  $P$  représente la puissance reçue par le dipôle.

En convention générateur,  $P$  représente la puissance fournie par le dipôle.

Dans tous les cas, il s'agit de la même puissance  $P$  qui est transférée de l'un à l'autre.



### V.3 Fonctionnements générateur et récepteur

Les orientations vues plus haut (sens des flèches du courant et de la tension) dépendent d'une convention d'orientation, donc de la personne qui étudie le circuit.

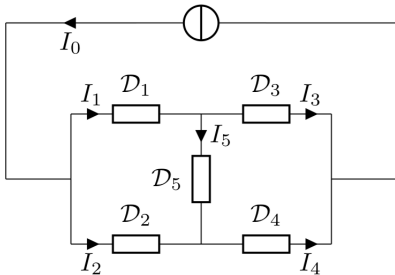
En revanche, le *caractère* d'un dipôle **ne peut pas dépendre d'une convention**, c'est une donnée physique qui doit donc être la même *quelle que soit la convention d'orientation*.

Adoptons la convention **récepteur** pour le dipôle AB :  
Si  $P = u i > 0$  : le dipôle *est* récepteur, il reçoit de l'énergie.  
Si  $P = u i < 0$  : le dipôle *est* générateur, il fournit de l'énergie.

Adoptons la convention **générateur** pour le dipôle AB :  
Si  $P = u i > 0$  : le dipôle *est* générateur, il fournit de l'énergie.  
Si  $P = u i < 0$  : le dipôle *est* récepteur, il reçoit de l'énergie.

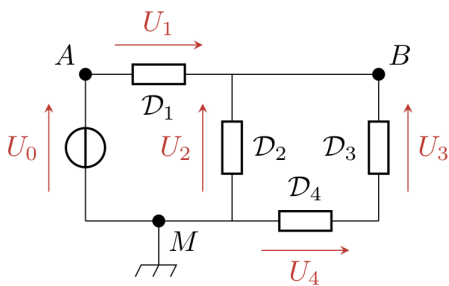
## VI Exercices d'application

### VI.1 Loi des nœuds



Dans le circuit ci-contre, des ampèremètres non représentés mesurent  $I_0 = 4$  A,  $I_1 = 1$  A et  $I_4 = 2$  A. Les dipôles  $D$  sont inconnus. Déterminer les intensités  $I_2$ ,  $I_3$  et  $I_5$ .

### VI.2 Loi des mailles



Dans le circuit ci-contre, des voltmètres non représentés mesurent  $U_0 = 5$  V,  $U_2 = 1$  V et  $U_3 = 3$  V. Les dipôles  $D$  sont inconnus. Déterminer les tensions  $U_1$  et  $U_4$ .

### VI.3 Lois de Kirchhoff

Déterminer toutes les intensités et tensions indiquées dans les circuits ci-dessous en fonction des forces électromotrices ou courant des générateurs et des résistances.

