MI – TD 4

Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires

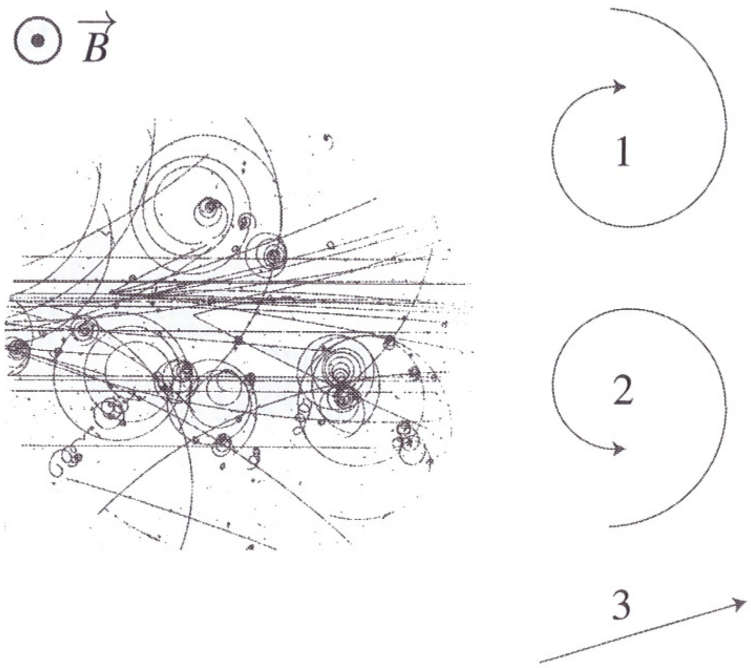
I - Chambre à bulles

1. Questions de cours :
   (a) Donner la valeur moyenne du champ magnétique terrestre.
   (b) Justifier numériquement qu'on puisse négliger le poids par rapport à la force magnétique pour un électron se déplaçant à quelques mètres par seconde dans le référentiel terrestre.
   (c) Démontrer que le mouvement d'une particule chargée est uniforme si la seule force qui s'applique est la force magnétique.

   On s'intéresse au mouvement d'une particule supposée ponctuelle, de vitesse $\vec{v}$, de charge électrique q et de masse m, et qui évolue dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme de norme B. À l'instant initial, la particule est animée d'une vitesse initiale $\vec{v}_0$ de norme v_0 et de direction orthogonale à $\overrightarrow{B}$. On admet que sa trajectoire est circulaire.

   (d) Déterminer l'expression du rayon R de la trajectoire en fonction de v_0, $|q|$, B et m.
   (e) Déterminer l'expression de la vitesse angulaire à laquelle la trajectoire est parcourue en fonction de $|q|$, B et m.

Pour visualiser les trajectoires des particules chargées, les premiers détecteurs étaient des « chambres à bulles » dans lesquelles les particules (électrons, protons, neutrons, etc.…) déclenchaient la formation de bulles dans un liquide et marquaient ainsi leur passage par une traînée de bulles. La figure ci-dessous représente un cliché typique de traces observées lors d'une collision à haute énergie de particules au CERN (organisation européenne pour la recherche nucléaire). Sur le côté droit, on a schématisé trois types de trajectoires observées avec leur sens de parcours.



Dans ces chambres à bulles, il règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$. Par ailleurs, le passage dans le liquide conduit à une lente décélération des particules.

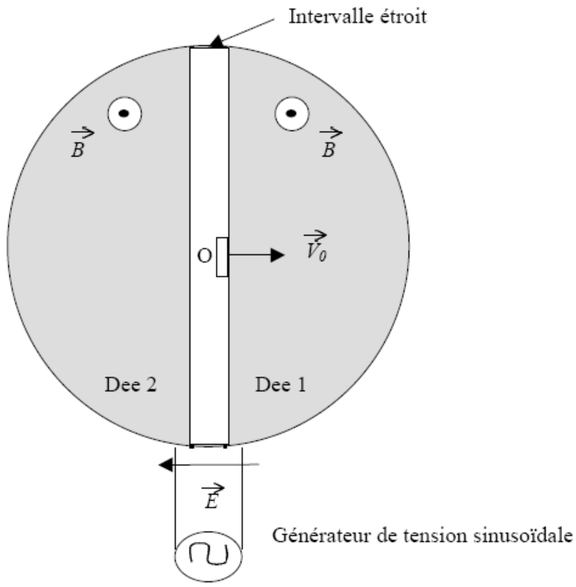
2. Déterminer, en justifiant votre raisonnement, le signe des charges pour les trois types de trajectoires observées.
3. Expliquer qualitativement pourquoi les trajectoires observées ne sont pas circulaires mais s'enroulent en spirale dont le rayon diminue.

II - Cyclotron

Un cyclotron est un instrument qui sert à accélérer des particules chargées, permettant ensuite de réaliser des expériences de physique nucléaire. Dans ce problème les particules chargées sont des protons de masse m et de charge électrique e.

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux appelés « dees » et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ parallèle à l'axe des demi-cylindres règne à l'intérieur de chaque « dee ». Un champ électrique $\vec{E}$, variable dans le temps, peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les « dees ». Il permet d'augmenter la vitesse des protons chaque fois qu'ils pénètrent dans cet intervalle. Ce champ électrique variable est obtenu en appliquant une tension sinusoïdale de valeur maximale U_M et de fréquence f entre les deux « dees ».

Schéma simplifié d'un cyclotron



1. Mouvement dans un « dees »
   Le proton entre dans le « dees » 1 avec une vitesse initiale d'injection v_0 perpendiculaire à l'axe des demi-cylindres. On négligera le poids du proton devant la force magnétique.
   (a) Donner l'expression de la force agissant sur le proton en O ; la représenter sur un schéma.
   (b) Montrer que, tant que le proton reste dans le même « dee », la valeur de la vitesse est constante.
   (c) Montrer que la trajectoire est circulaire de rayon : $R_0 = \frac{mv_0}{eB}$.
   (d) En déduire l'expression du temps t mis par ce proton pour effectuer ce demi-tour. Ce temps dépend-il de la vitesse d'entrée du proton dans le « dees » ? Calculer la valeur de t.
   (e) Caractériser le mouvement du proton dans le « dee ».
2. Mouvement dans l'intervalle entre les« dees »
   Le proton, après avoir fait un demi-cercle dans un « dee », entre dans l'intervalle étroit où il est accéléré par le champ électrique considéré comme constant, d'intensité maximum et colinéaire au vecteur vitesse du proton durant son passage.
   (a) Calculer la fréquence f de la tension alternative appliquée entre les « dees » pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée de l'intervalle. On suppose que le temps de traversée de l'intervalle est négligeable devant le temps passé dans les « dees ».
   (b) Exprimer littéralement, puis calculer la variation d'énergie cinétique ΔE_c du proton lorsqu'il traverse l'intervalle étroit.
   (c) Caractériser le mouvement du proton dans cet intervalle.
3. Mouvement dans le cyclotron
   (a) Préciser si le rayon de la trajectoire du proton augmente ou diminue à chaque fois qu'il traverse l'intervalle étroit (justifier la réponse).
   (b) La vitesse d'injection du proton étant supposée pratiquement nulle, on désire que sa vitesse atteigne $v_e = 2 \cdot 10^4\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Calculer le nombre de tours que le proton devra décrire dans le cyclotron.
   (c) Calculer la valeur du rayon à partir duquel les protons ayant acquis la vitesse v_e seront extraits, en admettant qu'ils sont injectés à proximité immédiate du centre O du cyclotron.

Données : $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$; $B = 0{,}1\,\mathrm{T}$; $U_M = 2\,\mathrm{kV}$.

III - Modélisation d'un oscilloscope analogique à tube cathodique

Dans tout cet exercice le champ magnétique $\vec{B}$ est supposé nul.

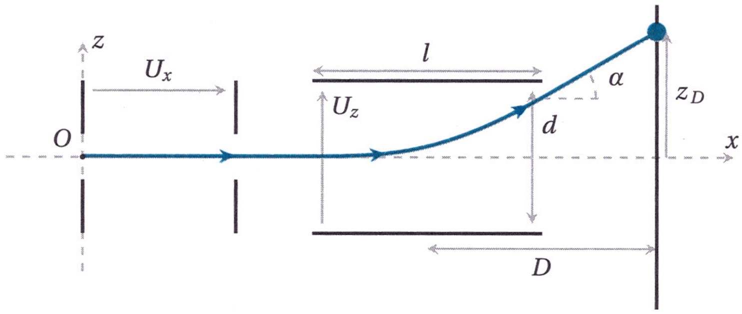


FIGURE 1.1 – Schéma de principe du dispositif étudié

1. Questions préliminaires :
   (a) Quelle est la relation entre la force électrostatique $\vec{F}$ subie par une charge q et le champ électrique $\vec{E}$?
   (b) Quelle est la relation entre l'énergie potentielle électrostatique Ep d'une charge q et son potentiel électrique V ?
   (c) La force électrostatique étant conservative, donner la relation entre $\vec{F}$ et Ep dans le cas d'un problème à une dimension caractérisée par la coordonnée x.
   (d) Déduire de ce qui précède la relation entre $\vec{E}$ et V.

On étudie le mouvement d'une particule chargée sous l'effet d'un champ électrique « uniforme par morceaux », créé par une paire de plaques parallèles orthogonales à $\vec{e}_z$ et par une autre paire de plaques parallèles orthogonales à $\vec{e}_x$. Les plaques orthogonales à $\vec{e}_x$ sont de plus percées de deux trous sur la même droite $z = 0$, $y = 0$ (voir figure 1.1).
On admet que le champ peut être considéré comme uniforme entre chaque paire de plaques et nul partout ailleurs.

2. La particule est un électron, de charge $q = -e$ et de masse m, injecté avec une vitesse négligeable au point O. Quels doivent être les signes des tensions U_z et U_x entre les paires de plaques pour que l'électron soit :
   — accéléré par la première paire de plaques ;
   — dévié vers les $z > 0$ par la deuxième paire.

   On supposera ces conditions vérifiées par la suite.
3. Déterminer le module de la vitesse de l'électron, noté v_0, quand celui-ci sort de la première paire de plaques.
4. Les plaques de la deuxième paire sont distantes de d.
   (a) Déterminer les expressions de $x(t)$ et $z(t)$ quand l'électron se trouve entre les plaques de la deuxième paire et en déduire l'équation de la trajectoire. On admettra que dans cette zone de champ uniforme on a $\vec{E} = -\frac{U_z}{d}\,\vec{e_z}$ et on pourra prendre l'origine des abscisses x à l'entrée de la deuxième paire de plaques.
   (b) Déterminer en particulier :
      i. la position de l'électron quand il sort au bout d'une distance l ;
      ii. la direction du vecteur vitesse quand il sort au bout d'une distance l ; pour cela on pourra déterminer la pente de la tangente à la trajectoire en $x = l$.
   (c) Quelle est sa trajectoire ultérieure ? Déterminer en particulier l'ordonnée z_D du point d'impact sur un écran placé à une distance D du milieu de la deuxième paire de plaques. Les caractéristiques de la particule chargée importent-elles ?
5. Ce dispositif modélise un oscilloscope à tube cathodique dans lequel une image de la tension U_z est formée sur un écran fluorescent par des impacts d'électrons. Quelle est la tension U_z mesurée à l'oscilloscope si $U_x = 3{,}0 \cdot 10^3$ V et $z_D = 1{,}0$ cm, pour $D = 20$ cm, $l = 5{,}0$ cm et $d = 1{,}0$ cm ?