MI – TD 1

Cinématique du point

I - Détermination d'une trajectoire

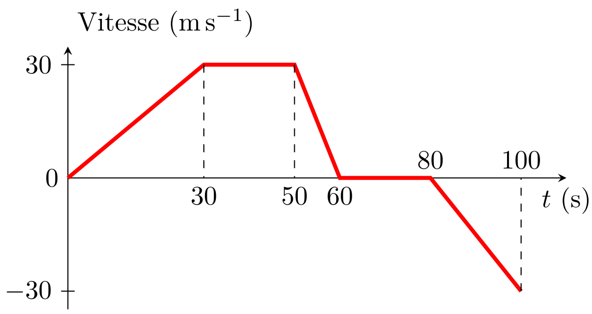
Les coordonnées d'une particule sont données par les fonctions du temps $x(t) = 2t$ et $y(t) = 4t(t-1)$.

1. Déterminer l'équation de la trajectoire et la tracer.
2. Calculer la vitesse à l'instant t.
3. Montrer que le mouvement a une accélération constante dont on déterminera les composantes.
4. Indiquer sur la trajectoire les endroits où le mouvement est accéléré ou retardé.

II - Caractérisation d'un mouvement

Un mobile se déplace sur un trajet rectiligne. Sa vitesse est caractérisée par le diagramme ci-contre. Indiquer sur chacun des cinq intervalles de temps :

1. la valeur algébrique de l'accélération a.
2. l'expression $v = f(t)$ (on utilisera au début de chaque phase un nouveau repère de temps).
3. la nature du mouvement.



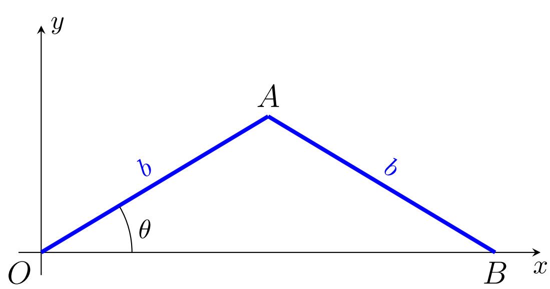
III - Un porte-avion

Sur un porte-avion, les avions de combat sont lancés sur une distance $d = 25\,\mathrm{m}$ par l'intermédiaire d'une catapulte. La vitesse de l'avion à la fin de la phase de lancement vaut $v_0 = 250\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, On considère que l'avion est assimilable à un point matériel et que l'accélération du mouvement durant cette phase est constante. Déterminer la vitesse et l'accélération de l'avion au cours du catapultage, ainsi que la durée t_0 de l'opération.

IV - Système bielle-manivelle

Pour transformer un mouvement circulaire en mouvement rectiligne, on utilise un sytème bielle-manivelle : la bielle est constituée de deux barres identiques OA et AB de longueur b, articulées en A et assujetties à rester dans le plan (xOy). B glisse le long de l'axe (Ox) et l'angle $\theta = (\widehat{\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{OA}})$ vérifie $\theta = \omega t$ avec ω constant.

1. Déterminer les équations horaires en coordonnées cartésiennes des points A, B et M, M étant le milieu de $[AB]$.
2. Déterminer l'accélération de M.



V - Big Ben

On s'intéresse dans cet exercice au mouvement d'un point M situé à l'extrémité de l'aiguille des minutes de Big Ben, de longueur $L = 4\,\mathrm{m}$.

1. Caractériser le mouvement de M.

2. Calculer la vitesse angulaire de l'aiguille des minutes.
3. Exprimer puis calculer la vitesse du point M.
4. Exprimer puis calculer l'accélération du point M.

VI - Le TGV

Le TGV roule à une vitesse de $300\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Quelle est le rayon minimal d'une courbe pour que les passagers du train soient soumis à une accélération centripète maximale de $0,05g$?

VII - Collision ?

Sur une autoroute 2 voitures roulent sur la même file avec une vitesse de $v_0 = 40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Le pare chocs avant A de la seconde voiture est à $d = 40\,\mathrm{m}$ derrière le pare chocs arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de $a = 5\,\mathrm{ms^{-2}}$. Le véhicule A distrait freine $2\,\mathrm{s}$ après avec la même décélération. On prend comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors

1. Déterminer la distance parcourue par chacun des véhicules entre l'instant où le premier commence à freiner et l'instant où le second commence à freiner.
2. Exprimer les conditions initiales en $t = 0$ (position et vitesse) pour chacun des deux véhicules.
3. Établir les équations horaires des mouvements de A et B.
4. Un choc aura-t-il lieu ? Si oui à quelle date ?

VIII - Une sortie d'autoroute

Une automobile (qu'on assimilera à un point matériel), qui se déplace initialement à la vitesse v_0, sort de l'autoroute. La bretelle de sortie est assimilée à un arc de cercle plan horizontal de rayon constant $R = 50\,\mathrm{m}$. Pour garder des conditions d'adhérence acceptables, la norme de l'accélération du système ne peut excéder $\mu.g$ (on pourra prendre $g = 10\,\mathrm{ms^{-2}}$).

1. Bretelle de sortie
   (a) Exprimer la vitesse et l'accélération du véhicule au niveau de la bretelle de sortie
   (b) Tracer sur un même schéma, une portion de trajectoire, les vecteurs vitesse et accélération.
   (c) Montrer que la voiture ne peut aborder le virage à la vitesse v_0, au risque de quitter la route.
   (d) Expliquer pourquoi il ne faut pas freiner dans le virage au risque, encore, de quitter la route.
   (e) Déterminer l'expression de la vitesse maximale dans la bretelle de sortie v_b. En donner la valeur sur chaussée sèche puis sur chaussée mouillée.

Il faut donc prévoir une zone de décélération, permettant de passer de la vitesse v_0 à la vitesse v_b, que l'on assimilera à un segment rectiligne parallèle à l'autoroute.

2. Voie de décélération
   (a) Déterminer l'expression de $v(t)$ sur la voie de décélération.
   (b) Déterminer la longueur minimale l_m de la zone de décélération.

Données :

— Chaussée sèche : $v_0 = 130\,\mathrm{km\,h^{-1}}$; $\mu = 1,0$
— Chaussée mouillée : $v_0 = 110\,\mathrm{km\,h^{-1}}$; $\mu = 0,3$

IX - Mouvement décéléré

Un mobile animé d'une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$ constante, pénètre, en $t = 0$ et $x = 0$ dans un milieu résistant dans lequel il est soumis à une accélération $\overrightarrow{a} = -kv^2\overrightarrow{u_x}$; k est une constante et v est la vitesse instantanée.

1. Établir la loi donnant $v(t)$.
2. En déduire l'équation du mouvement
3. Montrer que, après un parcours x, la vitesse est $v = v_0e^{-kx}$.