MI – Chapitre D Complément

Mouvement de particules chargées dans des champs électriques et magnétiques uniformes et stationnaires

I - Force de Lorentz

I.1 - Définition

Lorsqu'un système porteur d'une charge électrique q **se déplace** à la vitesse $\vec{v}$ dans une zone où elle est en interaction avec d'autres charges électriques, l'expérience montre, qu'elle subit une force, dite de LORENTZ dont l'expression est :

$$\boxed{\vec{F}_L = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)}.$$

où $\vec{E}$ est le champ électrique et $\vec{B}$ le champ magnétique dans le référentiel d'étude.

On distingue deux composantes : la force électrique (dite de Coulomb) $\vec{F}_{\text{él}} = q\vec{E}$ due uniquement à la présence des autres charges et une autre composante due à son déplacement et appelée force magnétique $\vec{F}_{\text{m}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. On note que les interactions entre charges mobiles dans un référentiel sont donc différentes des interactions entre charges fixes.

L'unité de mesure dérivée du système international de mesure du champ électrique est le volt-mètre (V m). L'unité de mesure dérivée du système international de mesure du champ magnétique est le Tesla (symbole T). Les champs électrique et magnétique ne sont qu'une vision relative (charge fixe ou en mouvement) de la même réalité physique : ils sont intimement liés l'un à l'autre, c'est pour cela qu'on parle de champ électromagnétique ($\vec{E}$, $\vec{B}$).

Remarques :

- quand les sources (charges et courants électriques) qui créent $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont les mêmes on a $E = cB$ avec c célérité de la lumière, et les forces magnétiques sont souvent négligeables devant les forces électriques,
- en revanche, si, globalement, le milieu qui crée le champ est neutre électriquement (somme des charges nulles) alors son champ électrique est souvent nul et on peut alors traiter les effets du champ magnétique seul.

I.2 - Puissance et travail de la force de Lorentz

La puissance P_L de la force de Lorentz sur une charge q se déplaçant à la vitesse est :

$$P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

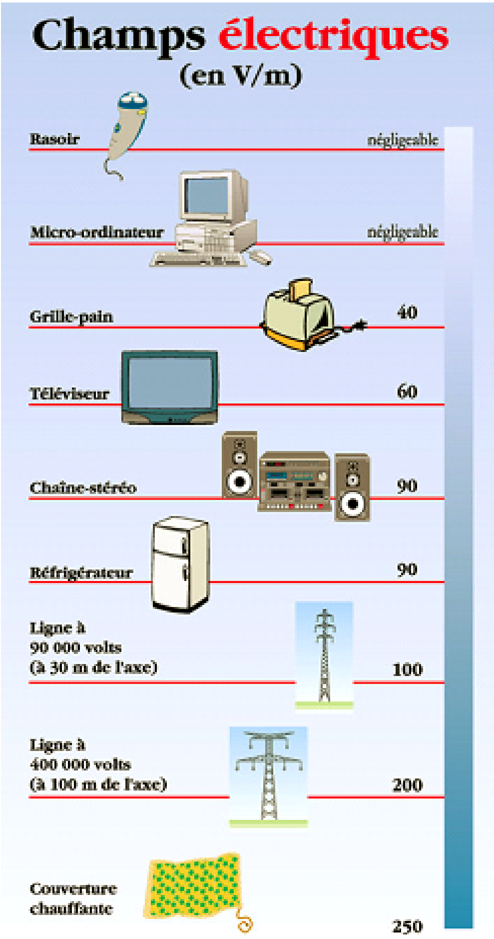
Si la vitesse n'est pas orthogonale au champ électrique, alors la force électrique $\vec{F}_{\text{él}} = q\vec{E}$ a une puissance non-nulle. Compte tenu du théorème de la puissance cinétique, cela signifie qu'*un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée.*

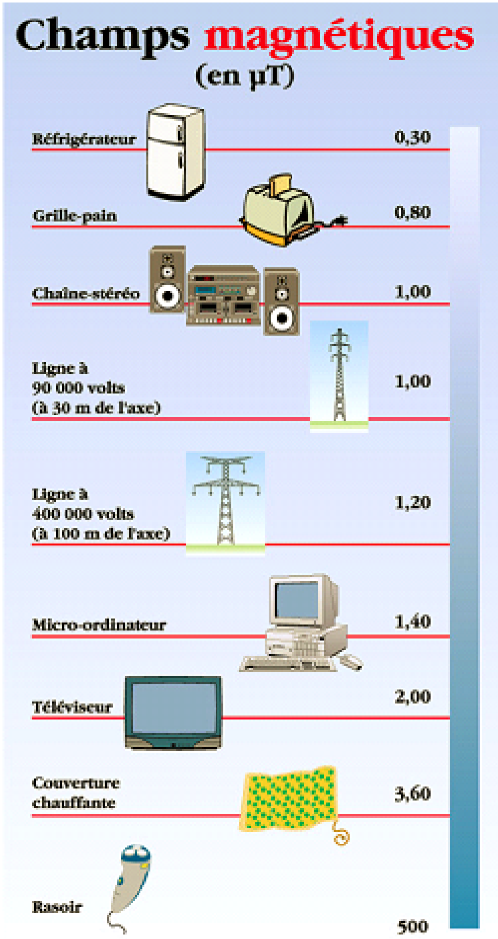
La force magnétique, $\vec{F}_{\text{m}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, est toujours perpendiculaire au déplacement de la charge à laquelle elle s'applique. Elle ne travaille donc jamais, sa puissance est toujours nulle. *Un champ magnétique ne peut donc pas modifier l'énergie cinétique d'une particule. La seule chose qu'il puisse faire est de modifier sa trajectoire en la courbant.*

Par ailleurs, la relation entre le champ électrique $\vec{E}$ et le potentiel électrique V est $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V$. Comme on a également, pour une force conservative $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,E_p$, on en déduit l'expression de l'énergie potentielle associée à la force de Lorentz :

$$\boxed{E_{pL} = qV}.$$

I.3 - Ordres de grandeur





On retiendra également :

- champ magnétique terrestre : $50\,\mu\text{T}$.
- champ électrique atmosphérique dans une atmosphère calme : $100\,\text{V}\,\text{m}^{-1}$.
- champ électrique atmosphérique dans une zone orageuse : jusqu'à $20\,000\,\text{V}\,\text{m}^{-1}$.

II - Mouvement dans un champ électrostatique uniforme et stationnaire

Bilan énergétique et détermination de la vitesse dans un accélérateur linéaire

Un accélérateur linéaire est un dispositif permettant de communiquer des vitesses élevées à des charges électriques en les soumettant à une différence de potentiel importante. On peut citer deux grandes catégories d'utilisation :

— la production de rayonnements (lorsqu'une charge électrique est accélérée, elle produit un rayonnement électromagnétique) dans les domaines médical (radiographie X), industriel (contrôle non destructif, stérilisation) ou de la recherche,

— les collisions à très hautes vitesses de particules pour la recherche fondamentale en physique des hautes énergies.

Exercice :

Une charge q négative (un électron par exemple), initialement au repos, est placée dans un champ électrique uniforme et stationnaire colinéaire à (Ox). On caractérise le champ électrique par la différence de potentiel U qu'il crée entre les deux points d'abscisses $x = d$ et $x = 0$: on a $U = V(x = d > 0) - V(x = 0)$.

1. La charge est initialement placée en une position quelconque x_0 telle que $0 < x_0 < d$. Comment doit-on choisir U pour que la charge soit accélérée vers les x croissants ? Comment est alors orienté le champ électrique ?
2. On place la charge en $x = 0$, sans vitesse initiale, et on suppose que la charge est accélérée dans le sens des x croissants. Par application du théorème de l'énergie mécanique (la force de Lorentz est conservative), et grâce à la relation entre énergie potentielle et potentiel électrostatique, déterminer l'énergie cinétique de la charge quand elle arrive en $x = d$, en fonction de q et U. Quelle est alors sa vitesse ? 3. Application numérique : dans les conditions précédentes, déterminer les valeurs de l'énergie cinétique et de la vitesse en $x = d$, dans le cas d'un électron pour $|U| = 1\,\mathrm{V}$ puis $|U| = 1\,\mathrm{kV}$.

III - Mouvement dans un champ magnétostatique uniforme et stationnaire

Vitesse initiale quelconque

Si la vitesse initiale n'est pas perpendiculaire au champ magnétique uniforme et stationnaire, on écrit toujours $\vec{B} = B_0\,\vec{e}_z$ mais $\vec{v}_0 = v_{0x}\,\vec{e}_x + v_{0y}\,\vec{e}_y + v_{0z}\,\vec{e}_z$. La force de Lorentz devient

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = q \left| \begin{array}{l} v_x \\ v_y \\ v_z \end{array} \right. \wedge \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{array} \right. = \left| \begin{array}{l} qB_0\,v_y \\ -qB_0\,v_x \\ 0 \end{array} \right.$$

La RFD s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} m\dot{v_x} & = & qB_0 v_y \\ m\dot{v_y} & = & -qB_0 v_x \\ m\dot{v_z} & = & 0 \end{array} \right.$$

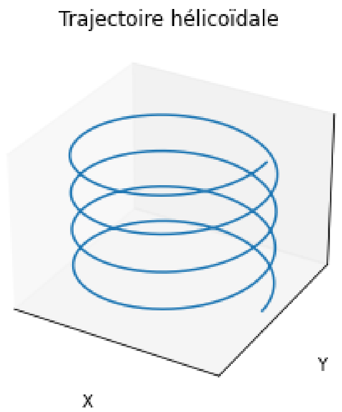
On retrouve, en x et y, les mêmes équations couplées que dans le cas où la vitesse initiale est perpendiculaire à $\vec{B}$. La trajectoire projetée sur le plan (xOy) sera identique à celle vue en cours : un cercle de rayon $R = \frac{\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}}{\omega_c} = \frac{m\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}}{qB_0}$.
Le mouvement selon z peut se traiter de façon indépendante, on trouve rapidement $v_z(t) = v_{0z}$ et $z(t) = v_{0z}t + z_0$. La particule fait un tour complet en $T = \frac{2\pi}{\omega_c}$, pendant ce temps $\Delta z = v_{0z}T = \frac{2\pi v_{0z}}{\omega_c}$.

La trajectoire est une hélice de rayon

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}}{\omega_c} = \frac{m\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}}{qB_0}}$$

et de pas

$$\boxed{H = \frac{2\pi v_{0z}}{\omega_c} = \frac{2\pi m v_{0z}}{qB_0}}$$



Exercice :

Dans le cas où le vecteur vitesse est perpendiculaire au champ magnétique, par exemple $\vec{v}_0\,(v_{0x},\, v_{0y})$, et *en admettant* que la trajectoire est circulaire, déterminer le rayon R de la trajectoire de la charge en fonction de B_0, m, v_0 et q. On utilisera les coordonnées polaires.