

CTE – Chapitre D

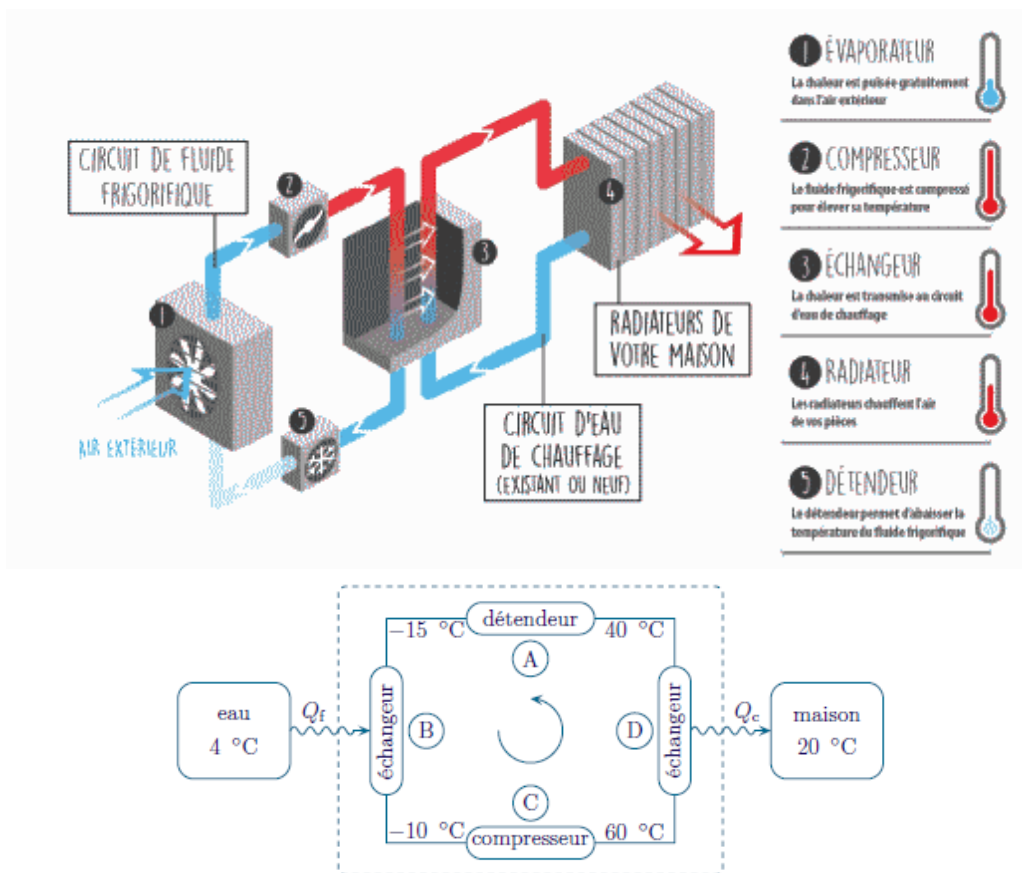
Machines cycliques dithermes

III - Exemples de machines réelles

III.1 - Machines réceptrices

Dans une machine réceptrice, on fournit un travail ($W > 0$) pour refroidir la source froide ($Q_f > 0$) et réchauffer la source chaude ($Q_c < 0$).

Si l'objectif est de réchauffer la source chaude, il s'agit d'une pompe à chaleur :

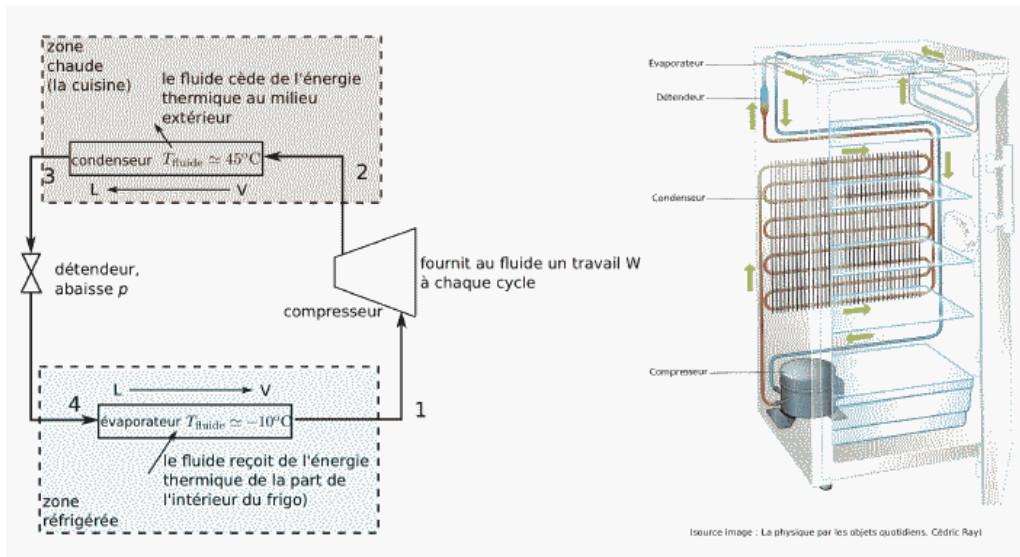


Le schéma synoptique représenté ci-dessus montre que la pompe à chaleur est constituée d'un fluide en écoulement (par ex. du fréon) subissant tout un cycle de transformations :

- Ⓐ un détendeur abaissant la température de 40 °C à -15 °C
- Ⓑ un échangeur thermique permettant de prendre de l'énergie à l'eau à 4 °C
- Ⓒ un compresseur augmentant la température de -10 °C à 60 °C
- Ⓓ un échangeur thermique permettant de donner de l'énergie à l'air de la maison à 20 °C

Et finalement, quand nous faisons le bilan de l'ensemble, nous voyons que de l'énergie est enlevée à la source froide, de l'énergie fournie à la source chaude et que tout ça ne fonctionne « que » en injectant de l'énergie électrique.

Si l'objectif est de refroidir la source froide, le principe est exactement le même, il s'agit alors d'une machine réfrigérante :



Remarques :

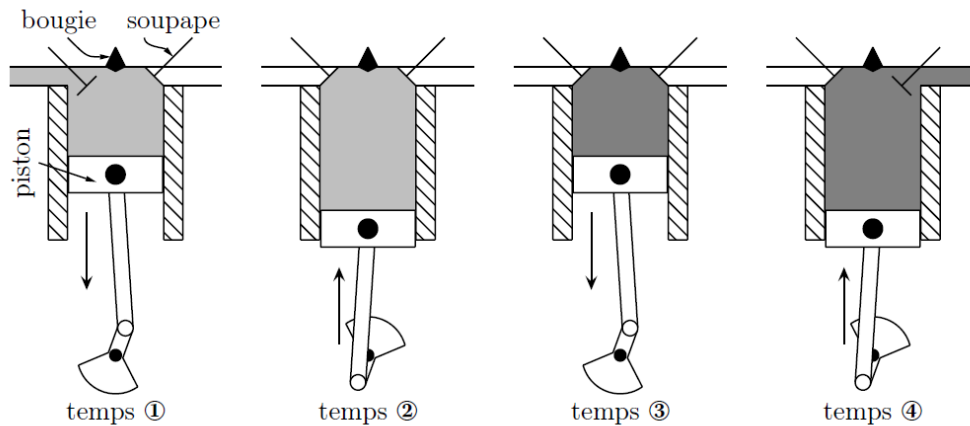
- on utilise des changements d'état pour avoir des transformations isothermes et pouvoir transférer des quantités importantes de chaleur ;
- l'étude détaillée de ce type de cycle nécessite de s'intéresser à des systèmes ouverts, elle ne sera pas menée cette année.

III.2 - Exemple de moteur : moteur à 4 temps

Dans un moteur à explosion, un mélange air-carburant est enflammé et explose. L'énergie libérée par la transformation chimique de combustion est récupérée et « convertie » sous forme de travail.

Moteur à 4 temps

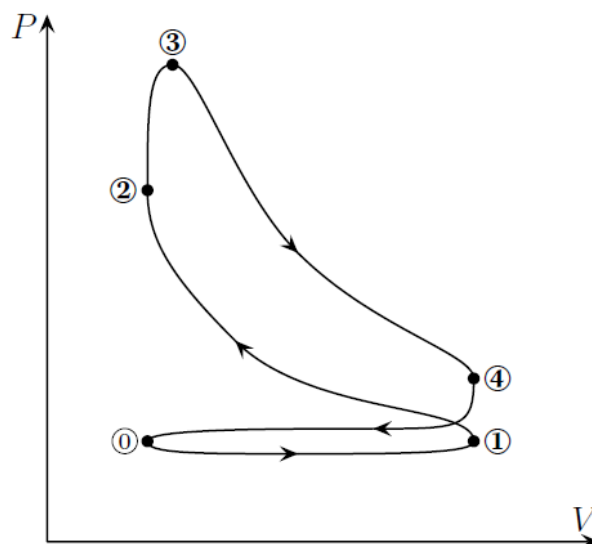
Dans un moteur à essence « usuel », le fonctionnement est représenté par les schémas suivants.



- 1^{er} temps : admission. La (les) soupape(s) d'admission s'ouvre(nt) et le mélange air-carburant entre dans le cylindre. À la fin de ce temps, la (les) soupape(s) se referme(nt).
- 2^e temps : compression. Le piston remonte diminuant ainsi le volume de la chambre.
- L'explosion. Ce n'est pas un temps en soi : c'est entre le 2^e et le 3^e temps. Une bougie crée une étincelle qui initie la réaction de combustion entre l'air et le carburant. Cette combustion est extrêmement rapide : c'est une explosion. Elle est si rapide que le piston a à peine le temps de bouger.
- 3^e temps : détente. C'est le temps moteur : le gaz échauffé par l'explosion repousse violemment le piston vers le bas. C'est à ce moment là que le travail est véritablement fourni au piston.
- 4^e temps : échappement. La (les) soupape(s) d'échappement s'ouvre(nt) et le mélange de gaz brûlés est évacué de la chambre par la remontée du piston.
- Remarquons qu'il faut deux aller-retour du piston dans le cylindre pour faire un cycle complet

Représentation du cycle réel

Une représentation qualitative du cycle réel est donnée ci-dessous, où la pression est celle régnant dans la chambre alors que le volume est celui de la chambre.

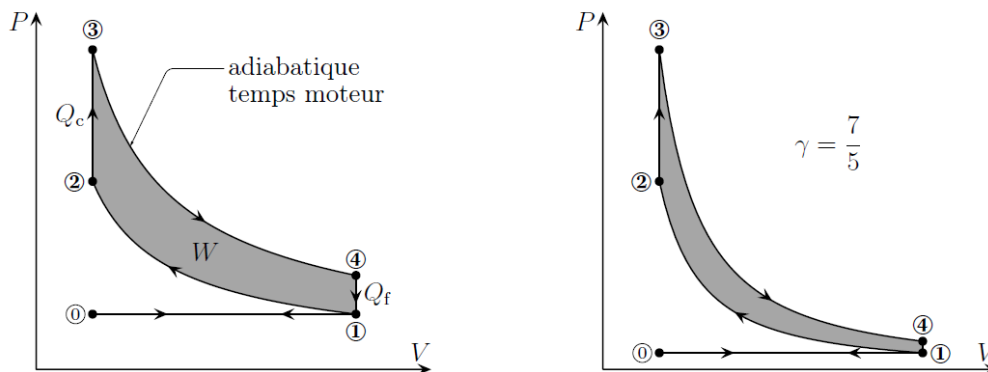


- ❖ Au point ①, le piston est à son point mort haut, ie. il est à sa position la plus haute possible, le volume à l'intérieur de la chambre est alors très faible mais pas nul.
- ❖ Lors de l'admission $\spadesuit \rightarrow \textcircled{1}$ le volume augmente et il y a à l'intérieur de la chambre une très légère dépression due au passage du gaz par l'étroit passage laissé par l'ouverture des soupapes.
- ❖ Lorsque le piston est à son point mort bas, le volume de la chambre est maximal et les soupapes se ferment (point ②).
- ❖ La compression $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2}$ correspond au 2e temps. Le volume diminue, la pression augmente.
- ❖ Lorsque le piston a de nouveau atteint son point mort haut (volume minimal) en ②, une bougie crée une étincelle qui provoque la combustion très rapide des gaz (explosion) entre les points ② et ③. Lors de cette combustion, le piston n'est que très peu descendu.
- ❖ Lors de la détente $\textcircled{3} \rightarrow \textcircled{4}$, le piston descend jusqu'à son point mort bas, ie. jusqu'à ce que le volume de la chambre soit minimal.
- ❖ Lorsque les soupapes s'ouvrent (en ④) le contact direct entre les gaz déjà échappés et les gaz brûlés dans la chambre provoque un refroidissement brutal.
- ❖ Le mouvement du piston vers le haut (diminution du volume) permet d'évacuer les gaz brûlés de ④ à ① et un nouveau cycle peut recommencer.
- ❖ Finalement, nous pouvons voir que ce diagramme s'il représente une évolution cyclique, ne représente pas l'évolution cyclique d'un système fermé.

Un modèle simplifié

Nous allons adopter un modèle simplifié du système, qui permettra alors de le représenter par une machine thermique ditherme. On supposera que le mélange gazeux air-carburant se comporte comme un gaz parfait diatomique. On fait aussi l'hypothèse plus drastique qu'en dépit de la réaction chimique de combustion les caractéristiques du gaz (capacités thermiques C_p et C_v , coefficient isentropique γ et surtout quantité de matière n) ne varient pas pendant les transformations.

Les transformations sont modélisées dans le cycle représenté ci-dessous, appelé cycle de BEAU DE ROCHAS.



- ❖ La transformation $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{1}$ sera considérée comme étant **isobare**.
- ❖ La transformation $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2}$ sera considérée comme **adiabatique**. En effet rien, lors de cette compression, ne vient apporter de l'énergie au gaz. De plus comme lors de cette admission il n'y a pas d'explosion, pas de choc et que les mouvements du piston ne se fait pas à la vitesse du son, nous pouvons supposer que le gaz est toujours en équilibre thermodynamique interne, ie. que la transformation est **réversible**.
- ❖ L'explosion $\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{3}$ est modélisée par une **isochore**.
- ❖ Lors de la détente $\textcircled{3} \rightarrow \textcircled{4}$, nous pouvons considérer, comme pour la compression que la transformation est **adiabatique** et **réversible** (insistons sur le fait que l'explosion est terminée lors de la détente).
- ❖ L'ouverture des soupapes d'échappement va créer un brusque refroidissement **isochore** $\textcircled{4} \rightarrow \textcircled{1}$.
- ❖ L'échappement $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{1}$ est modélisé aussi par une **isobare**.

Dans cette modélisation extrêmement simplifiée, on considère qu'admission et échappement sont exactement inverses et se compensent. On admet donc que le fluide « unique » de nos hypothèses parcourt un cycle $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} \rightarrow \textcircled{3} \rightarrow \textcircled{4} \rightarrow \textcircled{1}$ pendant lequel il est en contact avec une source chaude (fictive et qui modélise le fait que de l'énergie thermique est fournie au fluide lors de la réaction chimique exothermique de combustion du mélange de

carburation) et une source froide (l'atmosphère, lors de l'ouverture de la soupape d'échappement). On a donc : $Q_c = Q_{2 \rightarrow 3}$ et $Q_f = Q_{4 \rightarrow 1}$.

S'agissant d'un moteur cyclique ditherme, l'efficacité thermodynamique ou rendement est :

$$\eta \equiv -\frac{W_{cycle}}{Q_c}$$

où Q_c est le transfert thermique échangé avec la source chaude. D'autre part, compte tenu du premier principe de la thermodynamique des systèmes fermés : $\Delta U_{cycle} = W_{cycle} + Q_{cycle} = 0$, d'où

$$W_{cycle} = -Q_{cycle} = -(Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1})$$

Étant donné que ① → ② et ③ → ④ sont des évolutions adiabatiques, $Q_{1 \rightarrow 2} = Q_{3 \rightarrow 4} = 0$. Finalement :

$$\eta = \frac{Q_f + Q_c}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}}$$

Étude de l'évolution ② → ③ (explosion) :

- l'évolution est isochore, donc $W_{2 \rightarrow 3} = 0$ donc $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = W_{2 \rightarrow 3} + Q_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3}$;
- le système est assimilé à un gaz parfait donc $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_V(T_3 - T_2)$;
- finalement : $Q_{2 \rightarrow 3} = C_V(T_3 - T_2)$.

Étude de l'évolution ④ → ① (ouverture de la soupape d'échappement) :

- l'évolution est isochore, donc $W_{4 \rightarrow 1} = 0$ donc $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = W_{4 \rightarrow 1} + Q_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1}$;
- le système est assimilé à un gaz parfait donc $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = C_V(T_1 - T_4)$;
- finalement : $Q_{4 \rightarrow 1} = C_V(T_1 - T_4)$.

On trouve donc :

$$\eta = 1 + \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 + \frac{C_V(T_1 - T_4)}{C_V(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 - T_4}{T_2 - T_3}$$

On remarque que l'efficacité ne dépend que des températures du système au cours du cycle. Cette expression serait suffisante si on pouvait mesurer les quatre températures, ce qui est généralement impossible (les cycles sont beaucoup trop rapides pour qu'on puisse avoir le temps d'y mesurer quatre températures différentes correspondant à quatre points parfaitement déterminés du cycle).

On préfère donc exprimer l'efficacité thermodynamique du moteur en fonction de deux autres paramètres :

- un paramètre mécanique : le rapport volumétrique de compression $a = \frac{V_{max}}{V_{min}}$;
- un paramètre chimique : le rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

On étudie pour cela les deux évolutions ① → ② et ③ → ④. Ces deux évolutions sont adiabatiques ($Q = 0$) et réversibles ($S^c = 0$). Pour ces deux évolutions on a donc : $\Delta S = \frac{Q}{T_{ext}} + S^c = 0$. Ces deux évolutions sont donc isentropiques. Comme le fluide qui subit ces deux évolutions est un gaz parfait, on peut utiliser les relations de Laplace, par exemple $TV^{\gamma-1} = Cste$. Ce qui donne :

- pour ① → ② : $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ soit $T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1 a^{\gamma-1}$;
- pour ③ → ④ : $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$ soit $T_3 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_4 a^{\gamma-1}$.

En reportant dans l'expression précédemment trouvée pour η , on en déduit :

$$\eta = 1 - \frac{T_1 - T_4}{T_2 - T_3} = 1 - \frac{T_1 - T_4}{a^{\gamma-1} T_1 - a^{\gamma-1} T_4}$$

. Finalement :

$$\eta = 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}}$$

Tel que nous l'avons modélisé l'efficacité du moteur de Beau de Rochas ne dépend que du rapport volumétrique de compression et de la chimie du gaz.

Applications numériques : des valeurs courantes sont $a = 6$, $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$. Alors : $\eta = 0,51$. Concrètement, cela signifie que $|\overline{W}_{cycle}| = 0,51Q_{ch}$: seuls 51 % de l'énergie thermique dépensée lors de la combustion du mélange de carburation sont récupérés sous forme d'énergie mécanique.

Limitations du modèle :

- On remarque que plus le rapport volumétrique a est élevé, plus η est grand. On pourrait donc être tenté d'augmenter indéfiniment a . Néanmoins, quand a devient trop grand, la pression devient tellement grande pendant la phase de compression que le mélange de carburation explose spontanément de façon incontrôlée : si l'explosion intervient trop tôt, elle risque de contrarier le mouvement de remontée du piston lors de la compression : au mieux, le moteur « cogne » ; au pire, le moteur casse.
- $\eta = 0,51$ est la valeur attendue si on accepte les hypothèses simplificatrices du modèle. Dans la réalité, l'efficacité mesurée est 10 à 20 % plus faible.

Comparaison avec le moteur de Carnot

L'efficacité calculée précédemment est celle d'un modèle réaliste du cycle de Beau de Rochas. On peut chercher à comparer cette efficacité à l'efficacité maximale théorique d'un moteur fonctionnant entre les mêmes sources de chaleur. D'après le théorème de Carnot, cette efficacité est celle du moteur de CARNOT, c'est-à-dire un moteur ditherme entièrement réversible. On a montré que, pour un moteur cyclique ditherme : $\eta_{max} = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$.

La température de la source froide est assez simple à évaluer : c'est la température atmosphérique, atteinte par le système lors de l'ouverture de la soupape d'échappement, c'est-à-dire en ①. En ordre de grandeur, on peut prendre, par exemple, $T_f = T_1 = 3 \cdot 10^2$ K.

La température de la source chaude est la température la plus élevée atteinte au cours du cycle. Dans notre modèle, c'est normal de penser qu'il s'agit de la température atteinte **après** l'explosion : $T_c = T_3$. Pour déterminer T_3 , on « remonte » le cycle de point en point, jusqu'à pouvoir exprimer T_3 en fonction d'une température connue, c'est-à-dire ici la température atmosphérique T_1 . Il faut donc « remonter » le cycle de ③ à ②, puis de ② à ① :

$$\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{3} \text{ évolution isochore d'un gaz parfait donc } Q_{2 \rightarrow 3} = C_V(T_3 - T_2), \text{ d'où } T_3 = T_2 + \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{C_V};$$

$$\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} \text{ évolution isentropique d'un gaz parfait donc } T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 a^{\gamma-1}.$$

Finalement :

$$T_3 = T_1 a^{\gamma-1} + \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{C_V}$$

On préfère souvent travailler avec les grandeurs massiques (pour se ramener à un kilogramme de mélange de carburation) : si on note m la masse de fluide qui parcourt le cycle, on a :

- $q_{2 \rightarrow 3} \equiv \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{m}$;
- $c_V \equiv \frac{C_V}{m} = \frac{C_{Vm}}{M}$ avec M masse molaire du gaz.

On réécrit :

$$T_3 = T_1 a^{\gamma-1} + M \frac{q_{2 \rightarrow 3}}{C_{Vm}}$$

q_{CD} est appelé « pouvoir calorifique du carburant ».

Application numérique : en ordre de grandeur $q_{2 \rightarrow 3} = 2 \cdot 10^3$ kJ kg⁻¹, $C_{Vm} = \frac{5R}{2}$ (mélange de carburation assimilé à gaz parfait diatomique) et $M = 29$ g mol⁻¹ (mélange de carburation composé de 95 % d'air). On trouve : $T_c = T_3 = 3,4 \cdot 10^3$ K.

Finalement :

$$\eta_{max} = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{3 \cdot 10^2}{3,4 \cdot 10^3} = 0,91$$

Cela signifie que, dans le cas idéal d'un cycle ditherme entièrement réversible (quasi-statique, sans brutalités, sans aucune dissipation énergétique, sans frottement, etc.) fonctionnant entre les sources de chaleur aux températures T_f et T_c , l'efficacité maximale théorique est de 91 %. Même un cycle « parfait », sans aucun frottement ni perte, *ne peut pas* dépasser l'efficacité maximale théorique de Carnot. Cette limite ne dépend que des températures des sources avec lesquelles le système échange.

Le cycle de Beau de Rochas tel que nous l'avons modélisé a une efficacité de 0,51. Son rendement absolu est donc :

$$r = \frac{\eta}{\eta_{max}} = \frac{\eta}{\eta_{Carnot}} = \frac{0,51}{0,91} = 0,56$$

Il réalise donc 56 % du maximum théorique. L'écart avec le maximum théorique est dû aux irréversibilités du cycle (non quasi-staticités, brutalités, pertes énergétiques, frottements, etc.).